Aus der Presse:

In den „Mitteilungen der DMV“ Heft 4 Jahrgang 20 (2012) Seiten 197-198 findet man:

Weg vom Kalkül, hin zum Prozess!

Diese eingängige Formel ist so etwas wie der kategorische Imperativ der Befürworter des Einsatzes elektronischer Werkzeuge im Mathematikunterricht. Sie meinen, dass jetzt die Zeit gekommen sei, sich auf das Wesen der Mathematik zu besinnen. Die neuen Werkzeuge machten es möglich: Weg vom Kalkül!

Der darin verborgene Irrtum besteht nun nicht etwa in dem Ziel der Vermeidung von Rechnung (das ist etwas Urmathematisches), sondern in dem Glauben, das Rechnen erledige der Computer. Das gilt nicht in jedem Falle. Man stelle sich vor, der Computer solle eine hundertstellige Zahl in Primfaktoren zerlegen. Wenn man ihn zum Probieren veranlassen wollte, müssten selbst die schnellsten Computer Jahrhunderte rechnen.

Aber wir müssen gar nicht auf so große Zahlen zurückgreifen, um zu sehen, dass das Vermeiden und Vereinfachen von Rechnen ein Wesenszug der Mathematik ist. Man denke nur an den kleinen Gauß, den der Lehrer Büttner eine Zeitlang beschäftigen wollte, indem er ihn und seine Mitschüler aufforderte, die Zahlen von 1 bis 100 zu addieren. Nach wenigen Augenblicken war der junge Gauß zur Überraschung seines Lehrers fertig. Er hatte die Rechnung vereinfacht und das Rechnen vermieden.

Sporadisch findet man in heutigen Unterrichtwerken noch Aufgaben mit der Überschrift: „Rechne geschickt“, und dann folgen je nach Klassenstufe Aufgaben wie:

$$3 + 6 + 7 + 8 + 4 =$$
$$4 \cdot 7 \cdot 25 \cdot 3 =$$
$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} + 0{,}5 + 0{,}4 =$$

Nach Einführung des Taschenrechners werden derartige Übungen nicht mehr für sinnvoll gehalten. Stattdessen setzen nun alle Schüler sofort den Taschenrechner ein, ohne zu prüfen, ob durch Vereinfachung und Vermeidung das Rechnen wesentlich verkürzt werden könnte.

Natürlich gibt es Rechnungen, für die man sich kein besseres Werkzeug als eine elektronische Rechenmaschine vorstellen kann. $17{,}34^3 \cdot \sin(83{,}5°)$ zum Beispiel, aber bitte nicht $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2}$.
Für die erste der beiden Rechnungen wurden auch schon vor der Erfindung des Taschenrechners Hilfsmittel (Logarithmentafel, Rechenschieber) herangezogen, um den Zeit- und Rechenaufwand in Grenzen zu halten. Hier hat sich also prinzipiell nichts geändert. Das Dilemma unseres gegenwärtigen „Paradigmenwechsels“ liegt im Umgang der Schüler mit der zweiten Rechnung. Da die Rechenmaschine verfügbar ist, wird sie ohne Rücksicht auf Verluste überall eingesetzt. Das Quadrat von 1/2 ist den meisten Schülern nicht unmittelbar gegenwärtig und die Wurzel aus 0,25 erst recht nicht. Das Problem der Vermeidung und Vereinfachung von Rechnung – auch weil man auf Wissen zurückgreift – ist ein für alle Mal gelöst. Das Vermeiden von Rechnen ist keine Kunst mehr. Dieser wichtige Teil der Mathematik ist also abgeschafft.

Zurück zum kleinen Gauß: Er hat das Rechnen sehr genau gekannt, als er seine Vermeidungsstrategie vorlegte. Er kannte das Kommutativ- und das Assoziativgesetz und wusste, dass die Multiplikation aus der Addition gleicher Summanden entstanden ist. Und die Vermeidungsstrategien moderner Großrechenanlagen, etwa bei der Zerlegung großer Zahlen in Primfaktoren, sind tiefe Mathematik, die am Anfang den Kalkül sehr genau analysieren und am Ende wieder in reinen Kalkül einmünden.

Das, was die Mathematik wirklich ausmacht, liegt auf dem später oft kaum sichtbaren Stück zwischen Aufgabenstellung und geordneter Niederschrift der Lösung. Die Niederschrift der Lösung ist überwiegend

Kalkül oder – in den Worten der Semiotik – die Transformation von Darstellungen gemäß den Regeln eines Darstellungssystems (der Einsatz des elektronischen Werkzeugs bewirkt hier lediglich das Weglassen von Zwischenrechnungen). Allenfalls die Reihenfolge dieser Niederschrift und gegebenenfalls Randbemerkungen zu dieser Reihenfolge lassen Einblicke in das zu, was man „Prozess“ nennen könnte: in den Prozess der Entwicklung einer Lösungsidee. Und dieser Prozess verlangt als Voraussetzung seines Gelingens nicht nur die genaue Kenntnis zugrunde liegender Kalküle sondern auch noch eine Leichtigkeit im Umgang damit. Es geht, wenn wir wirklich Mathematik treiben, um das, was zwischen Lehrer Büttners Aufgabe und dem Ausspruch „Ligget se“ des kleinen Gauß lag.

Die explizite Darstellung eines so verstandenen Prozesses wird im real existierenden Mathematikunterricht als Schülerleistung nicht wirklich erwartet. Wollte man erreichen, dass auch der Prozess niedergeschrieben wird, müsste man die Schüler anleiten, sich beim Denken zuzusehen und die Beobachtungen in verständlichen Text zu übersetzen. Das geschieht im Allgemeinen aber nicht. Niederzuschreiben sind in der Schule (mittels Rechner verkürzte) Kalkülsequenzen, ganz im Widerspruch zu dem Postulat „Weg vom Kalkül, hin zum Prozess!“

Roland Schröder, Celle