Karlhorst Meyer

Zukunft der Hochschulreife im Schulfach Mathematik[1]

Beschreibung der Situation

Seit 1981 bemühe ich mich zusammen mit Kollegen, die Schwierigkeiten beim Übergang vom Gymnasium[2] zu den Mathematikvorlesungen eines Hochschulstudiums zu mildern. Diese Absicht ist aus sehr unterschiedlichen Gründen entstanden, die heute noch aktuell sind:

- Die Vorlesungen stellen gegenüber dem Unterricht vor der Reifeprüfung eine gewaltige Steigerung im Tempo der Stoffvermittlung dar.
- Auch schon vor 50 Jahren ist aufgefallen, dass Anfangsstudenten z. B. des Ingenieurwesens nicht das, was an der Schule gelehrt worden ist, beherrschen.
- Vor allem bei den Anwendervorlesungen – also außerhalb der Mathematik – werden Inhalte vorausgesetzt, die am Gymnasium noch nie oder nicht mehr und an der Universität auch nicht mehr gelehrt werden, weil sie dort ihre Forschungsrelevanz verloren haben.

Als Folge ist Förderung an den Gymnasien angesagt. Die Zeit, in der Eliteförderung verpönt war, ist heute vorbei. So geschieht auf dem Sektor Begabtenförderung viel. Doch ist Vorsicht bei offiziellen Berichten in so manch einem Bundesland angebracht, weil Zahlen geschönt werden; z. B. behauptet 2005 ein Ministerialbeamter, sein Land habe in einem Jahr 48 000 Hauptschüler zusätzlich zum Unterricht in Mathematik gefördert, wobei nicht die Inhalte der Förderung zu erfahren waren.

Wir haben 1981 nur von Begabten- und nicht Hochbegabtenförderung gesprochen, weil wir davon ausgegangen sind, dass an jedem Gymnasium jährlich etwa 40 von 1000 Schülerinnen und Schüler klassenübergreifend geschult werden und das sind für eine *Hoch*begabtenförderung zu viele, da sicher weniger als 1 Prozent als Hochbegabte bezeichnet werden können.
1981 ist schon aufgefallen, dass einstige Stoffgebiete der gymnasialen Mathematik, etwa die Projektive Geometrie, bereits 20 Jahre nach ihrer Abschaffung Lehrern weitgehend unbekannt sind. In Konsequenz haben wir uns bemüht, die Berichte über unsere Schülerförderung für weitere Lehrer leicht verständlich darzustellen. So ist 1981 parallel zum Mathematikschülerseminar des Gymnasiums Starnberg die Zeitschrift „Mathematikinformation“ entstanden.

Viele Autoren haben dort wichtige Ergänzungen zu dem immer unbedeutender werdenden Normalcurriculum publiziert. Die Reduktion der Lehrpläne der vergangenen 30 Jahre hat sichergestellt, dass auch zukünftigen Autoren der Stoff für Schülerweiterbildung nicht ausgeht. Besser wäre es, wenn man den Mathematiklehrplan wieder so ausbauen könnte, dass damit für alle Studienrichtungen in Naturwissenschaften und Ingenieurwesen die Hochschulreife gewährleistet wäre. Hinsichtlich der Entwicklung ist allerdings ein solcher naheliegender Wunsch nicht mehr realisierbar. Es gibt keine allgemeine Hochschulreife mehr.

Die Ergänzungen im Rahmen einer Förderung, wie sie etwa in der Zeitschrift "Mathematikinformation" beschrieben werden, behalten ihren Wert, da sie Schülern[3] heute mehr denn je Inhalte und Fertigkeiten vermitteln, wie sie ein Studienanfänger in Naturwissenschaften und Ingenieurwesen *vor* Studienbeginn beherrschen sollte. Leider haben sich alle Bundesländer durch unsere und auch andere Bemühungen veranlasst gesehen, das Nor-

[1] Nach einem Vortrag, den der Autor auf dem 16. Forum für Begabungsförderung in Mathematik 2013 an der Universität Würzburg gehalten hat. Mein Dank gilt Dr. Edelgard Metzger und Arthur Krämer für viele Ratschläge.
[2] Wenn im Text die Gymnasien erwähnt werden, sind stets auch die zum Gymnasium adäquaten Schulen gemeint.
[3] Man möge entschuldigen: Im Folgenden wird zur Vereinfachung der Sprache jeweils nach Duden die männliche Form gewählt.

malcurriculum immer schneller zu kürzen, da ja Zusatzunterricht, Arbeitsgemeinschaften, Seminare in der Oberstufe u. a. Interessierten zunächst Möglichkeiten bereitgestellt haben, das Normalcurriculum zu ergänzen. Begabtenförderung Mathematik e. V. ist bei der Schaffung solcher Möglichkeiten recht erfolgreich gewesen.

Der mittlerweile katastrophal gewordene Lehrermangel im Schulfach Mathematik annulliert den Wunsch auf Ergänzungsunterricht, da nicht einmal für den auch stundenmäßig geringer gewordenen Normalunterricht hinreichend viele Mathematiklehrer zur Verfügung stehen. Studenten, Referendare und auch andere, z. B. Industriemanager, müssen stundenweise einspringen, um die allergrößte Not zu verringern.

Erste Rufe nach Vereinfachung der Bachelorprüfungen sind von Elternvereinigungen bis hin zum VDI und Verband Deutsche Maschinen- und Anlagenbau e. V. zu hören und entsprechende Abhandlungen in der Presse zu lesen (z. B.: LANDESELTERNVEREINIGUNG BAYERN in der Süddeutschen Zeitung [1], KNOKE in den VDI-Nachrichten [1], HOFFMEYER in der Süddeutschen Zeitung [1]), weil die Umstellung vom Vordiplom zum Bachelor die schon immer ungehörig große Anzahl von 30% Studienabbrechern nicht verringert hat, sondern auf 50% und darüber ansteigen lässt. Hinsichtlich der Sicherung des Industriestandorts Deutschland ist nur zu hoffen, dass die Hochschulen diesem Wunsch von Eltern *nicht* nachgeben und ihr bisheriges Niveau bei den Bachelor-Prüfungen nicht aufgeben werden.

Man muss bereits hier klarstellen, dass zwar die Verantwortlichen hinsichtlich eines Studiums der Naturwissenschaften oder des Ingenieurwesens das bestehende Schulsystem bemängeln, wohl aber wissen, dass 70% der heutigen Reifeprüflinge, die ein Studium ergreifen, *nicht* diese beiden genannten Studienrichtungen wählen und deshalb nicht noch mehr Mathematik auf der Schule lernen wollen. Und in der Tat, wenn die Abbrecherquote in diesen beiden Fachrichtungen nicht so hoch wäre, würde ja für heutige Verhältnisse die Anzahl der Bewerber ausreichend sein.

Deshalb geht es im Folgenden nicht um einen Ausbau der Schulmathematik für *alle* Schüler sondern um die erforderlichen 30% der Abiturienten, die sich für Ingenieurwesen und Naturwissenschaften interessieren.

So kommt man zu der entscheidenden Frage: Wenn das Gymnasium und adäquate Schulen – aus vielen Gründen – nicht mehr hinreichend Vorbereitung für ein naturwissenschaftliches Studium geben können oder wollen, wer soll und kann es dann in Zukunft tun?

1. Wer macht es dann?

Im Folgenden werden Einrichtungen aufgezählt, die heute bereits ein lernwilliger Schüler benutzen kann, wenn ihn hierzu Lehrer ermutigen. Weitere Vorschläge zur Verbesserung der Situation werden erwähnt:

1.1 Wettbewerbe

An den Wettbewerben, die heute bereits angeboten werden (Bundeswettbewerb Mathematik, Mathematik-Olympiade, Adam-Ries-Wettbewerb, Kängeru, Fürther Olympiade u. v. m.), könnten sich noch viel mehr Schüler beteiligen.

In regelmäßigen Abständen befasst sich die Zeitschrift „Der Mathematikunterricht“ (abgekürzt: MU) mit der Begabtenförderung in Mathematik. 2002/3 habe ich dort hierzu zwei Bändchen [4], [5] herausgegeben und festgestellt, dass nur etwa 2% der Schüler an Gymnasien und adäquaten Schulen eine Förderung in Mathematik erhalten; hierbei sind die Bemühungen um die Förderung mathematisch Hochbegabter, wie sie seitens vieler Universitäten aber auch Ministerialbeauftragten durchgeführt werden, eingeschlossen. Die Teilnehmer am

Kängeru-Wettbewerb sind nicht berücksichtigt worden, da sich dieser Wettbewerb nur um eine Überprüfung der noch bestehenden Lehrplaninhalte bemüht, was aber – wie oben ausgeführt – für unsere Belange Ingenieurwesen und Naturwissenschaften nicht reicht. Berücksichtigt man die Entwicklung der Anzahl an Wettbewerbsteilnehmern, so werden es wohl heute, 10 Jahre später, doppelt so viele sein, wobei sich der derzeitige Bedarf für die fraglichen Studienrichtungen bei 30% der Reifeprüflinge mit steigender Tendenz bewegt. Also können die Wettbewerbe auch in naher Zukunft nicht die erforderliche Anzahl von Teilnehmern erreichen; sie können also nicht die entscheidende Rolle beim Ergänzen des Schülerwissens spielen. Letzteres hat aber auch noch andere Ursachen wie z. B.:

Ein Wettbewerb kann zwar feststellen, was der Teilnehmer beherrscht. Der Einzelne erhält mehr Erfahrung im Finden von Lösungsstrategien, kann aber allein durch Teilnahme am Wettbewerb nicht sein Wissen und Können steigern. Wettbewerbe führen erst dann zu einer Steigerung, wenn sie bewirken, dass der Teilnehmer parallel dazu eine einschlägige Schulung erhält, die sich von Haus aus um eine Überschreitung des jeweiligen Lehrplans – also des Normalunterrichts – bemüht. Aus diesem Grund hat z. B. H. KÖNIG [1] in Sachsen Zusatzunterricht für die Olympioniken angeboten und Arthur Krämer und ich haben in Bayern 1992 ein Trainingslager für die bayerische Mannschaft bei der Bundesrunde der Mathematik-Olympiade eingerichtet, um den bayerischen Olympioniken mehr Wissen und Können zu vermitteln. Später fand dann diese Veranstaltung unter der Obhut von Begabtenförderung Mathematik e. V. statt.

1.2 Überspringen

Viele Ministerialbeamte halten das Überspringen eines Schuljahres für die wichtigste Begabtenförderung ihres Landes. Einmal abgesehen von der Tatsache, dass das Überspringen einer Klasse dem Schüler wahrscheinlich ein Jahr seiner Jugend nimmt, da er ein Jahr früher ins Berufsleben einsteigen wird, ist das Nacharbeiten eines übersprungenen Schuljahres für alle Springer mit viel Mühen verbunden; trotzdem kann man im obigen Sinn nicht von einer Förderung der betreffenden Schüler sprechen, denn sie lernen ja nichts zusätzlich zum Normalcurriculum. Der Vorteil im Springen liegt doch vor allem bei den Eltern, da vermutlich das Kind ein Jahr früher finanziell unabhängig wird. Ja, da soll es Kinder geben, die sich in der Schule langweilen; für sie ist das Springen zunächst eine Lösung. Auch wenn dies gelegentlich im Grundschulbereich praktiziert wird, habe ich solche Kinder am Gymnasium nie kennen gelernt.

Jedenfalls hilft diese Maßnahme sicher nicht, die immer größer werdende Lücke zwischen Schule und Hochschule zu verkleinern und damit die Effizienz der Anfangssemester zu heben und die Zahl der Studienabbrecher zu verkleinern.

1.3 Gastschuljahr im Ausland

Es ist bekannt, dass ein Gastschuljahr im Ausland für Schüler sehr prägend sein kann. Leider bringt dies dem Jugendlichen hinsichtlich seiner mangelhaften Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik meist sehr wenig. Ein Grund ist eine hierfür falsche Wahl des Gastlandes. In aller Regel werden angelsächsische Länder und Frankreich gewählt, die ja gerade in der Vermittlung von Schulmathematik Vorbild für unsere Reduktionen sind. Nun könnte man zunächst darauf hinweisen, dass auch in diesen Ländern Mathematik anwendende Studienrichtungen mit Erfolg beendet werden, wenn man übersieht, dass dort nicht immer die Anforderungen für Bachelor und Master mit denen bei uns übereinstimmen. Das äußert sich auch am internationalen Stellenmarkt dahingehend, dass in aller Regel deutsche Diplomingenieure bevorzugt eingestellt werden. Über den Stellenwert deutscher Masteringenieure konnte noch nichts in Erfahrung gebracht werden. Die Anerkennung des deutschen Diplomingenieurs ist aber für unsere Auslandsbeziehungen und damit für die heimische Wirtschaft von großer Bedeutung; man sollte meinen, dass jeder Bildungspolitiker bemüht ist, diesen Zustand zu erhalten. Leider sieht die Wirklichkeit anders aus.

Wesentlich besser wäre es, als Schüler beim Auslandsaufenthalt die Sprachprobleme zu überwinden und ein ehemaliges Ostblockland zu besuchen. Auch wenn dortige Kritiker ebenfalls über die bereits durchgeführten Reduktionen im Fach Mathematik im Rahmen der Anpassung an westeuropäische Verhältnisse klagen, so kann man doch feststellen, dass etwa in Russland oder Ungarn – um Beispiele zu nennen – noch an mathematisch-naturwissenschaftlichen Gymnasien eine sehr gediegene Mathematikvermittlung vorhanden ist.

1.4 Binnendifferenzierung des Unterrichts

Immer wieder kann man lesen und hören, dass Binnendifferenzierung die Probleme mildern könnte. Leider geschieht hinsichtlich konkreter Vorschläge zu wenig. Zwei Mitglieder unseres Vereins haben bisher zur Binnendifferenzierung auf den Foren Vorträge gehalten. Nur ein Mitglied hat hierzu Publikationen in die „Mathematikinformation“ gestellt. Ohne Zweifel bedeutet Binnendifferenzierung zunächst eine erhebliche Steigerung der Unterrichtsvorbereitung. Die erforderliche Arbeitszeit fehlt dem Lehrer dank der anderen Erwartungen an ihn. Deshalb habe ich schon immer gerade Lehrer, die nicht voll unterrichten, aufgefordert, solche Vorbereitungen zu entwerfen und sie durch Publikation zur Diskussion zu stellen.

Von vornherein muss darauf hingewiesen werden, dass der mit der Binnendifferenzierung erhöhte Arbeitszeitaufwand für Lehrer ausgeglichen werden muss. Die Probleme um die Arbeitszeit werden eine erhebliche Umstrukturierung der Kollegien nach sich ziehen. Teamarbeit innerhalb der Fachschaften muss organisiert werden u. v. m. Weiteres hierzu findet man im Kapitel 2.

Bevor ich Ihnen Beispiele zur Binnendifferenzierung vorstellen will, komme ich erst einmal auf einiges Grundsätzliche zu sprechen, was man sicher in der Didaktik-Literatur auch an anderer Stelle finden kann:

Binnendifferenzierung wird zwar bei der Unterrichtsvorbereitung geplant, erfolgt aber häufig ad hoc. Schon allein dieser einleitende Satz zeigt, der Lehrer muss sich erst eine hinreichende Erfahrung aneignen, um zu einer gewissen Sicherheit zu kommen. Das ist aber auch bei anderem Unterricht so; auch hier wird der Lernprozess beim Lehrer nach der Referendariats-Ausbildung nicht abgeschlossen sein.

Weshalb ist dieses „ad hoc“ gerade bei Binnendifferenzierung so wichtig? Es kann z. B. sein, dass der in ein neues Kapitel einführende Unterricht auch einmal von den „Genies“ der Klasse nicht verstanden wird und der Zeitpunkt, an dem die Unterrichtsvorbereitung Differenzierung vorgesehen hat, verschoben werden muss. D. h. der Lehrer muss ein Gefühl dafür entwickeln, zu erkennen, wann er beginnen kann, seine „guten“ Schüler weiterzuführen. Das ist z. B. eine erforderliche „ad hoc“-Entscheidung. Fehlt ein solches Gefühl – und das wird zu Anfang sicher die Regel sein – so läuft unter Umständen die Weiterführung leer.

Auch wenn die förderungswilligen Schüler im Klassenzimmer beieinander sitzen, werden nicht alle die gestellten Sonderaufgaben gleichzeitig lösen. Der Lehrer muss also erkennen, wann ein Geförderter nicht mehr den gestellten Ansprüchen entspricht, und ihm dann helfen. Mit Recht werden Sie bemerken, dass solches Vorgehen völlig dem normalen Unterricht in einer Klasse entspricht. Nur haben Sie bei Binnendifferenzierung nicht *einen* „roten Faden“, den Sie mit der Klasse verfolgen, sondern deren *zwei*, vielleicht sogar im Laufe der Unterrichtsstunde *drei* solche Sequenzen, weil sich nach einiger Zeit zu den beiden geplanten Gruppen eine dritte dazwischen angesiedelt hat.

Am Gymnasium ist bis heute Binnendifferenzierung unüblich, sicher aber nicht unmöglich, wenn die hierzu erforderlichen Vorarbeiten (siehe auch Kapitel 2) durchgeführt sind. Man möge sich in diesem Zusammenhang an die einklassigen Volksschulen von einst erinnern, bei denen 8 Schuljahrgänge in einem Zimmer in 4 Gruppen von *einem* Lehrer unterrichtet worden sind.

Ich stelle mir die Planung einer Regelstunde mit Binnendifferenzierung wie folgt vor:

1. Besprechung der Hausaufgabe, die in zwei Gruppen vergeben worden ist. Der Lehrer befasst sich vor allem mit der Basisgruppe seiner Klasse, während sich die guten Schüler die gehobene Hausaufgabe unterdessen auf einer eigenen Tafel (Overhead) oder sonst wie gegenseitig vorführen.
2. Fehler in den Hausaufgaben führen u. a. zur Stoffwiederholung, während sich die gehobene Gruppe selbständig und wechselseitig mit ihren Fehlern befasst. Kommen diese Schüler nicht zu einer Einigung, muss der Lehrer – auch wiederum „ad hoc" – eine Entscheidung treffen, wie und wann er ihre Lücke schließt.
3. Dann unterrichtet der Lehrer der ganzen Klasse neuen Stoff.
4. Während er anschließend den neuen Stoff einübt, *bekommen die mathematisch geschickteren Schüler ein neues Arbeitsblatt mit gehobenen und komplexeren Fragestellungen* zu diesem Stoff.
5. Die Hausaufgaben werden in zwei Schwierigkeitsgraden vergeben. Selbstverständlich kann ein Schüler der Grundausbildung auch die gehobene Aufgabe wählen. Löst er sie richtig, so kann er – zumindest einmal vorübergehend – in die gehobene Gruppe aufsteigen. D. h. über die tägliche Hausaufgabe gibt es laufend die Möglichkeit in die „höhere" Gruppe aufzusteigen. Es existiert aber auch der umgekehrte Weg „von oben nach unten"; auch diese Entscheidung fällt jeder Schüler selbst, wenn er sich entschließt, den „Stress" der gehobenen Gruppe aufzugeben. D. h. nur am Schuljahresanfang teilt der Lehrer seine Schüler nach bestimmten Kriterien in zwei Gruppen ein, die sich dann im Laufe des Schuljahres ändern.

Im Jahreszeugnis wird in jedem Fach z. B. durch „*" und „**" markiert, ob der Schüler die gehobene Gruppe vorübergehend bzw. auf Dauer besucht hat. Die eigentliche Notenfindung muss sich wohl aus juristischen Erwägungen an der „unteren" Gruppe, d. h. am Lehrplan, orientieren. Das bedeutet, dass die in der gehobenen Gruppe vermittelten Inhalte und Fähigkeiten zunächst kein Stoff für Prüfungen sind. Trotzdem werden durch das oben beschriebene Verfahren des Wechsels von „unten" nach „oben" und umgekehrt laufend anhand der Fragestellungen auch für die obere Gruppe das zusätzlich Gelehrte überprüft. Hierbei darf es natürlich nicht so sein, dass z. B. eine Wissenslücke gleich dazu führt, den betreffenden Schüler nach unten zu verweisen. Hier sehe ich eine Hauptschwierigkeit für den Lehrer, wenn er die Absicht hat, einem solchen Schüler zu helfen – und das sollte er: Der Lehrer muss Unterlagen *rasch*, z. B. Arbeitsblätter, zur Hand haben, die dem Schüler ermöglichen, seine Lücke zu schließen.

Solange also zur Binnendifferenzierung noch keine geeigneten Schulbücher vorhanden sind, wird vom Lehrer erwartet, dass er seine „Blattsammlung" so raffiniert organisiert, dass er rasch ein geeignetes Blatt zur Hand hat, um einem Schüler zu helfen seine Stofflücke zu schließen.

Ich will Binnendifferenzierung am Beispiel „algebraisches Bruchrechnen" vorführen. Ich wähle hierzu absichtlich keine „hohe" Mathematik. Als Kapitel wähle ich das „Summieren und Vereinfachen von Bruchtermen", wobei ich davon ausgehe, dass der Lehrplan sich nur auf „einfachste" Bruchterme bezieht[4].

1.4.1 Der neue Stoff

Da ich mich hier ja nur an Mathematiklehrer an Gymnasien und Hochschulen wende, muss ich meine Absichten nicht ausführlich beschreiben:

– Man erinnert an die einschlägigen Regeln beim Umgang mit rationalen Zahlen und überträgt die Regeln auf algebraische Bruchterme, z. B.:

[4] Die Verfechter der Beschränkung auf allereinfachste Bruchterme argumentieren, dass ja mittlerweile der Taschenrechner in der Lage ist, jeden Bruchterm durch „Knöpfchendruck" zu vereinfachen. Hierbei wird meist übersehen, dass der Taschenrechner dies nur bis zu einem gewissen Grad des Zählers bzw. Nenners beherrscht. Darüber hinaus kann man den Taschenrechner nur einsetzen, wenn man bereits einen Bruchterm hat. Zumindest ist er in diesem Bereich nicht einsetzbar, wenn es darum geht, aus bekannten Daten ein algebraisches Verfahren zu entwickeln, das z. B. einem physikalischen Vorgang entspricht und das man noch nicht kennt. Das entspricht aber dem zukünftigen Aufgabenbereich eines naturwissenschaftlichen Akademikers. Und solche Umformungen gehören wahrlich nicht in ein Hochschulstudium sondern sind Aufgabe der Höheren Schule.

Lernstoffblatt für beide Gruppen:

Bruchrechnen	führt zu	Bruchtermen
$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1+2}{3}=\frac{3}{3}=1$	$\frac{1}{x}+\frac{2}{x}=\frac{1+2}{x}=\frac{3}{x}$	$\frac{a}{x}+\frac{b}{x}=\frac{a+b}{x}$
$\frac{1}{5}+\frac{4}{10}=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{1+2}{5}=\frac{3}{5}$	$\frac{1}{x}+\frac{4}{2x}=\frac{1}{x}+\frac{2}{x}=\frac{1+2}{x}=\frac{3}{x}$	$\frac{a}{x}+\frac{cb}{cx}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x}=\frac{a+b}{x}$
$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{11}{15}$	$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\frac{b}{ab}+\frac{2a}{ab}=\frac{b+2a}{ab}$	$\frac{c}{a}+\frac{d}{b}=\frac{bc}{ab}+\frac{ad}{ab}=\frac{bc+ad}{ab}$
$\frac{2}{15}+\frac{7}{20}=\frac{4\cdot 2+3\cdot 7}{3\cdot 5\cdot 4}=\frac{29}{60}$ kgV!	$\frac{2}{ab}+\frac{7}{ac}=\frac{c\cdot 2+b\cdot 7}{abc}$	$\frac{d}{ab}+\frac{e}{ac}=\frac{c\cdot d+b\cdot e}{abc}$
kgV(15,20) = $3\cdot 5\cdot 4$	kgV(ab, ac)=abc	
	$\frac{2}{a^2-b^2}+\frac{7}{a+b}=\frac{2+7\cdot(a-b)}{a^2-b^2}$	$\frac{d}{a^2-b^2}+\frac{e}{a+b}=\frac{d+e\cdot(a-b)}{a^2-b^2}$
	kgV$(a^2-b^2, a+b)=a^2-b^2$	

In einigen Bundesländern wird von den Binomen $a^2-b^2,\ (a+b)^2,\ (a-b)^2$ fakultativ nur *eines* vertieft gelehrt, das allerdings nicht festgelegt ist, sondern vom Lehrer frei ausgesucht wird.

D. h. das letzte Beispiel kann bestenfalls für die gehobene Gruppe gelehrt werden, da der Lehrer in aller Regel nicht weiß, welches Binom die Kollegen in den früheren Klassen gewählt haben, denn nicht alle seine Schüler werden aus *einer* früheren Klasse stammen.

D. h. die ersten vier Zeilen des Lernstoffblattes werden zunächst allen Schülern gelehrt und auch eingeübt, während die fünfte Zeile bereits zur Binnendifferenzierung führt. Das Einüben wird bei guten Schülern einen kürzeren Zeitaufwand erfordern als bei den anderen.

Hier werden bereits Kollegen klagen, dass sie das mit ihrer Klasse nicht so handhaben können. Das ist verständlich. Binnendifferenzierung kann in der beschriebenen Form nicht in einer Klasse 8 beginnen, wenn nicht in Vorklassen bereits eine solche durchgeführt worden ist. Auch wäre es gut, wenn dem Lehrer für seine Planung bekannt wäre, was die Kollegen in den Vorklassen in der gehobenen Gruppe gelehrt haben. Hier zeigt sich, dass eine Binnendifferenzierung auf Dauer nicht erfolgreich sein kann, wenn nicht die gesamte Schulhierarchie (bis hin zu den Ministerien) mitmacht. Insbesondere haben diejenigen deutschen Didaktiker, die den Wert der Binnendifferenzierung für die Zukunft der Schulen erkannt haben, hinsichtlich dieses Zusammenspiels kaum Vorstellungen entwickelt.

Man wird also immer wieder bei der Binnendifferenzierung feststellen, dass wichtiges Vorwissen in Vorklassen nicht hinreichend gelehrt worden oder bereits wieder vergessen ist. Mit einigem Geschick lassen sich solche Lücken trotzdem überwinden, z. B.: Bei den fehlenden Binomen gibt man sie der gehobenen Gruppe und lässt sie nachrechnen. Das ist einfach (siehe das folgende Arbeitsblatt); leider hat man damit noch nicht eine daraus entstehende, aber viel schwerwiegende Lücke in den modernen Lehrplänen behoben:

– Noch übt man – anhand des Distributivgesetzes – das Ausmultiplizieren von Produkttermen, nicht aber das damit verbundene Faktorisieren von Summen, weil auch dies der Taschenrechner auf Knöpfchendruck selbständig erledigt. Letzteres muss aber trotzdem geübt werden. Selbstverständlich kann das ohne Probleme bei der Binnendifferenzierung in einer Klasse 7 geschehen, fehlt es aber in Klasse 8, so empfiehlt es sich, das Grundsätzliche der gehobenen Gruppe zu Schuljahresbeginn zu lehren und dann ein entsprechendes Übungsblatt bearbeiten zu lassen.

Bevor ich auf das Üben in der Binnendifferenzierung zu sprechen komme, möchte ich einen weiteren Unterrichtsstoff „Lösen von Bruchgleichungen“ untersuchen:

– Der Lehrplan schreibt „einfachste Bruchgleichungen“, also Gleichungen vom Typ $\frac{a}{x} + b = c$ vor. Schreibt man den Term $\frac{1}{x}$, so soll dieser Term auch existieren, d. h. hier kommt im Unterricht erstmalig die Unterscheidung zwischen frei gewählter *Grundmenge G* (z. B. $\mathbb{N}$ oder $\mathbb{R}$) und *Definitionsmenge D* (hier abhängig von der zu bearbeitenden Gleichung) zum Tragen, im Beispiel $G = \mathbb{R}$ aber $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$.
  Am Ende des Lösungsweges muss man dann überprüfen, ob die gefundenen Werte auch Lösungen sein können, d. h. ob die Lösungsmenge $L \subseteq D$ ist. Der Unterricht nach Lehrplan geht auf diese Feinheit in aller Regel nicht mehr hinreichend ein. In Folge begreifen die Schüler die Unterscheidung zwischen Grundmenge und Definitionsmenge nicht mehr.

– Die allereinfachsten Gleichungen zeigen ein wesentliches Phänomen beim Gleichungslösen nicht. Hier kann es aus Klasse 7 Vorwissen geben, man kann dieses auch mühelos der gehobenen Gruppe in Klasse 8 lehren:
  Löse in $G = \mathbb{R}$ die Gleichung $dx + e = f$ nach x auf. Stets lässt sich durchführen der
  1. Schritt: $dx \quad = f - e$
  Man wird für die nun erforderliche Fallunterscheidung auf den in der Mathematik üblichen Sprachgebrauch von *und* und *oder* zu sprechen kommen und klären, dass Fallunterscheidungen mit dem logischen Gegenteil angelegt werden.

<table>
<tr><td colspan="3" align="center">oder</td></tr>
<tr><td>Fall 1: $d \neq 0$
$x \quad = \frac{f-e}{d}$</td><td colspan="2">Fall 2: $d = 0$
$0 \cdot x = f - e$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$L = \left\{\frac{f-e}{d}\right\} \in D$</td><td colspan="2" align="center">Oder</td></tr>
<tr><td>Fall 2a:
$d = 0 \; und \; f = e$
$0 \cdot x = 0$
$L = D$</td><td>Fall 2b:
$d = 0 \; und \; f \neq e$
also: $f - e \neq 0$
$0 \cdot x = f - e$
$L = \emptyset \in D$</td></tr>
</table>

Jeder Fall hat also u. U. seine eigene Lösung.

Der Taschenrechner beherrscht keine Fallunterscheidungen, wenn sie nicht seitens des Benutzers bewusst angestrebt werden. Also muss der Taschenrechnernutzer vorher einschlägig geschult sein und kann deshalb nicht blind das Taschenrechnerergebnis als einziges übernehmen.

Aus diesem Grund darf in der gehobenen Klassengruppe das Gleichungslösen nicht auf einfachste Bruchterme beschränkt bleiben; es müssen auch Beispiele der Bauart $\frac{e+2}{3x+e} + \frac{e-3}{3x-e} = \frac{6e^2-8e}{9x^2-e^2}$ bearbeitet werden (siehe MEYER U. A. [3]: Brennpunkt Algebra 8).

1.4.2 Das Arbeitsblatt für die gehobene Gruppe

Das folgende Arbeitsblatt wird zur Diskussion gestellt.

– Die Aufgaben 1 bis 5 löst die gehobene Gruppe einzeln oder im Team. Die Aufgabe 6 wird für sie als Hausaufgabe gestellt. Sollte ein Schüler diese Aufgabe nicht lösen können, weiß er, dass er zu Hause nochmals die Aufgaben 1 bis 5 bearbeiten kann und dadurch vielleicht zu den erforderlichen Lösungen hingeführt wird. Er darf sich aber auch Hilfe bei besseren Schülern holen und diesbezüglich den Lehrer in Pausen usw. befragen.

– Im folgenden Arbeitsblatt können die Aufgaben 7 bis 9 zum Einüben der Binome und dem Faktorisieren mit ihnen verwendet werden.

Arbeitsblatt[5] für die gehobene Gruppe in Klasse 8

1. Bestimme jeweils die Definitionsmenge in | und vereinfache möglichst geschickt zu einem Bruch:
   a) $\frac{14}{a}+1$ b) $\frac{-29}{2x+3}+\frac{45}{3x+4{,}5}$ c) $\frac{ac}{cx}+\frac{bd}{dx}$ d) $\frac{-13+17u}{8u-5}+\frac{u-3}{5-8u}-3$ e) $\frac{8y-3}{5y+5}+\frac{y^2+1}{3y^2-3}$

2. Bestimme jeweils den einfachsten Hauptnenner, die Defintionsmenge in | und vereinfache möglichst geschickt zu einem gekürzten Bruch:
   a) $\frac{5a}{a+3}-\frac{3a}{a-3}$ b) $\frac{a-1}{1+a}+\frac{a}{a^2}$ c) $\frac{2x-y}{x-y}-\frac{y^2+3xy+2y^2}{3x^2-3y^2}$ d) $\frac{7}{16c^2-40c+25}-\frac{5c}{5c-4}+\frac{2c^2}{12c-15}$

3. Gib die Definitionsmenge an und fasse zu einem einzigen gekürzten Bruch zusammen:
   a) $\frac{x+1}{x}-\frac{x}{x+1}$ b) $\frac{a^2-b^2}{5a-5b}+a-b$ c) $\frac{2m}{m+x}+\frac{3m}{m-x}+\frac{4mx}{m^2-x^2}$

4. Forme jeweils in eine Summe von Bruchtermen um:
   a) $\frac{3x+4}{x}$ b) $\frac{z+1}{z-3}$ c) $\frac{x+z}{xz}$

5. Aus der „Arithmetica von DIOPHANT“ (griechischer Mathematiker um 300 v. Chr.) stammt die folgende Identität $\frac{144}{x^4+900-60x^2}\cdot 30+\frac{60}{x^2-30}=\frac{60x^2+2520}{x^4+900-60x^2}$. Überprüfe die Identität.

6. Gib die Definitionsmenge an und fasse zu einem einzigen gekürzten Bruch zusammen:
   a) $\frac{4x+7}{3x-7}+\frac{7-x}{5x+7}-\frac{49(x+1)+20x^2}{15x^2-14x-49}$ b) $\frac{2ax-ay-2xy+y^2}{4x^2-4xy+y^2}-\frac{2(2x+y)(a+y)}{8x^2-2y^2}$

7. a) Wann nennt man eine Formel eine Identität?
   b) Multipliziere jeweils aus, addiere und merke dir schließlich die erhaltenen Identitäten:
   $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$
   c) Weshalb kann man oder kann man nicht die folgenden Summen in Produkte verwandeln:
   $16a^4 \pm 128a^2b^3c + b^4c^2$, $c^4 \pm 27d^2e$, $16y^2z^2 \pm 198xy^2z + 625x^2y^2$.

8. Verwandle in ein Produkt mit möglichst vielen Termen als Faktoren; beachte, dass Quadrate auch Produkte sind:
   a) $4a^2+12ab+9b^2$ b) $49a^2b^2-28abc^2+4c^2$ c) $625a^2b^2c^2-1024a^2d^2$
   d) $4a^2+12ab+9b^2-9c^2+24cd-16d^2$ e) $3a^3+6a^3b+3a^2b^2-3a^2b^2-3a^2d^2-6a^2cd$

9. Weshalb ist $\frac{144}{x^4+900-60x^2}\cdot 30+\frac{60x}{x^3-30x}=\frac{60x^2+2520}{x^4+900-60x^2}$ keine Identität auf $\mathbb{R}\setminus\{30\}$?

Wenn Arbeitsblätter dieser Art nicht reichen, bin ich bei aller Begeisterung für die Binnendifferenzierung schon immer überzeugt gewesen (vgl. z. B. MEYER [1], "Komplexe Zahlen"), dass gelegentlich eine **eigene zusätzliche Unterrichtsstunde** für die gehobene Gruppe erforderlich ist, die natürlich nicht dem allgemeinen Pflichtstundenmaß des Lehrers unterliegt (Näheres siehe Kapitel 2).

Auch wenn wir „Alten“ vielleicht heute den Vorwurf bekommen, die Zusatzwünsche des Arbeitgebers viel zu großzügig erfüllt zu haben (z. B. wurde das oben erwähnte Mathematikschülerseminar am Gymnasium Starnberg von 1981 bis 1985 rein als Freizeitbeschäftigung der Lehrer verbucht), so mutet es schon eigenartig an,

[5] Die Aufgaben 1 bis 9 stammen aus MEYER U. A. [3]: Brennpunkt Algebra 8

dass die Kollegen heute jede Verwaltungsarbeit – manchmal auch murrend – ausführen, sich aber hinsichtlich ihrer eigentlichen Aufgaben, des Unterrichtens, streng an das vereinbarte Höchstmaß halten. Es wäre vielleicht gelegentlich besser, eine Stunde mehr zu unterrichten und dafür abzulehnen, eine Statistik zu fertigen, wenn sie auch Verwaltungsangestellte ausführen können. Ich greife hier dem Kapitel 2 vor, was aber erforderlich ist, um zu zeigen, dass die gelegentliche Forderung nach einer Zusatzstunde nicht unmöglich ist.

1.5 Mathematikzirkel

Den Begriff habe ich in den neuen Bundesländern kennen gelernt. Er wurde auch von einigen alten Bundesländern kopiert. Die Durchführung ist sehr unterschiedlich. Jedenfalls findet der Zirkel in aller Regel brieflich statt. Es werden meist Problemstellungen versandt. Der Bearbeiter hat auch die Möglichkeit für Rückfragen z. B. via Internet. Nur gelegentlich finden Zusammenkünfte statt.

Bleibt es hierbei, so gilt meine Kritik an den Wettbewerben auch hier: Die Korrespondenz gibt einen Eindruck über das Wissen und die Fähigkeiten des Einsenders, eine Weiterbildung geschieht aber damit noch nicht. Letzteres kann aber in Zirkeln durchaus auch im Sinne der oben dargestellten Binnendifferenzierung erfolgen, wenn neben den Fragestellungen und Musterlösungen auch weiterbildende Theorie versandt wird.

Einmal abgesehen davon, dass der Versand solcher Unterlagen Vorbereitungsarbeit verlangt, darf man nicht vergessen zu berücksichtigen, dass die Rückfragen der Bearbeiter und nicht nur die Korrektur einen Arbeitsaufwand verursacht, der erheblich ist. Ohne Rückfragen wird aber der damit verbundene Lehrerfolg geringer sein, d. h. man benötigt Personal, das bezahlt werden muss, was ohne Sponsoren nicht durchführbar ist.

1.6 Ergänzungsunterricht, Arbeitsgemeinschaften, Schülerseminare auch in Ferien u. ä. in der Schule bzw. außerschulisch

All dies oder zumindest ein Teil davon ist für das Gymnasium in nahezu allen Bundesländern vorgesehen, kann aber zurzeit wegen des Lehrermangels landesweit nicht so richtig durchgeführt werden.

Mathematische Nachhilfekurse bis hin zur Reifeprüfungsvorbereitung gibt es an Volkshochschulen schon lange. 2006 habe ich an zwei Volkshochschulen einen Kurs für Schüler einführen wollen, der nicht als Nachhilfekurs angesehen werden kann:

Begabtenförderung Mathematik e. V. dachte damals daran, einen zweisemestrigen Kurs in Trigonometrie zu schaffen, der dieses Gebiet umfassend bearbeitet und damit mehr als der Normalunterricht bietet, wie man das als Voraussetzung für ein Studium der Ingenieurwissenschaften aber auch der Naturwissenschaften seitens der Professoren der Mathematikanwendung heute erwartet. Ich gebe zu, die eine Volkshochschule ließ uns auflaufen, ihr Schulleiter konnte uns wegen Arbeitsüberlastung keinen Verhandlungstermin zur Verfügung stellen. Anders war dies in einer zweiten Volkshochschule. Ihr Leiter fand unsere Idee hervorragend (obwohl er selbst kein Mathematiker war), auch wenn er zunächst Personalmangel befürchtete. Das Unternehmen scheiterte, weil ein Schulleiter (selbst Mathematiker) in dem Einzugsgebiet dieser Volkshochschule eine einschlägige Bekanntmachung in seinem Gymnasium – und dann auch in den Nachbarschulen – mit der Bemerkung boykottierte: „Der heutige bayerische Lehrplan in Mathematik ist der beste aller Zeiten weltweit. Das, was Begabtenförderung Mathematik e. V. plant, ist kontraproduktiv“.

Aus dieser regionalen Geschichte sollte man nicht den Schluss ziehen, dass Volkshochschulen ungeeignet sind. Versuchen Sie es doch einmal bei Ihnen zu Hause, vielleicht sind Sie erfolgreicher; übrigens: Die Honorare sind Verhandlungssache.

Das Problem bei den Volkshochschulkursen ist nicht das Fehlen passender Unterlagen für solche Kurse. Für manch ein Thema kann bestens eine Abhandlung der „Mathematikinformation“ genutzt werden. Trigonometrie haben wir damals deshalb ausgesucht, weil es sowohl hervorragende moderne Bücher (z. B. BARTH U. A. [1]: Anschauliche Geometrie 10) wie auch sehr übersichtliche alte Bücher (z. B. H. KÖßLINGER [1]: Trigonometrie) gibt.

1.7 Vorsemester an den Hochschulen und Ähnliches

Drei Ergänzungen zur Situation:

1. Eigentlich sollte man klarer zwischen den *Lehrplan*lücken und den *Schüler*lücken unterscheiden. Wenn dies nicht geschieht, so liegt das vor allem daran, dass die Schülerlücken häufig dadurch verursacht werden, dass zwar der gehobenen Gruppe – zu der auch niveaumäßig die Lehrplanmacher zählen würden – das Streichen eines Kapitelchens im Curriculum nicht schadet, aber die neue Lücke für die weniger Begabten das Lernen nicht vereinfacht sondern erschwert.

2. Wenn man immer mehr – vor allem seitens der Fachhochschulen – die Kenntnislücken im Bruchrechnen bemängelt, so liegt das auch daran, dass heute eine größere Bevölkerungsgruppe ein Gymnasium besucht und gleichzeitig die Unterrichtszeit aber auch Lernzeit insgesamt durch neue Schulfächer, aber auch durch Kürzungen seitens des Lehrplans, durch neu hinzugekommene mathematische Gebiete (Stochastik in der Unterstufe) und anderem verkleinert worden ist.

3. Zu viel Unterrichtszeit in Mathematik muss für andere Fächer bei Besichtigungen, Sondervorträgen, Chorproben, Prüfungsaufsätzen u. a. „verliehen“ werden, kann aber aus Stundenplangründen nicht mehr innerhalb der Normalunterrichtszeit zurückgegeben werden.

Brückenkurse:

Die Schülerlücken schließt man heute in so genannten Brückenkursen, die an nahezu allen bundesdeutschen Hochschulen und Universitäten für angehende Anwender der Mathematik angeboten werden. Die Brückenkurse werden in den Hochschulferien gehalten; sie werden hinsichtlich Inhalt und Zeitaufwand immer umfangreicher; man glaubt seitens der Hochschullehrer in ihnen eine Verbesserung der Situation zu sehen. Es gibt hierfür auch eigene Vorlesungen (z. B. Rechenmethoden 4-stündig mit 2-stündigen Übungen einsemestrig). Wenn man aber dann die Abbrecherquote nach den Bachelorprüfungen betrachtet, sieht man ein Anwachsen und keine Verbesserung. Man kann eben in 4 oder 8 Wochen nicht nachlernen, was man in 8 Schuljahren aus welchen Gründen auch immer versäumt hat.

Man muss hier einmal einschieben, dass dieses Gesamtphänomen nicht auf die Mathematik beschränkt ist, sondern in nahezu allen Hochschuldisziplinen heute zu beobachten ist. Es kommt also nicht von ungefähr, wenn der Bayerische Wissenschaftsminister Dr. Heubisch (SZ [1]) die Forderung nach einem **Vorsemester für alle Studienanfänger** stellt, um vor dem Studium die gymnasialen Versäumnisse zu verbessern. Personalmäßig sind Überlegungen vorhanden, hierzu an den Hochschulen Gymnasiallehrer einzusetzen. D. h. man ist überzeugt, es liegt primär nicht an den Lehrern, sondern an den Umständen, s. o.

Da zum Vorschlag von Heubisch bereits eine Diskussion im Bayerischen Philologenverband (vgl. „Das Gymnasium in Bayern“ [1]) stattgefunden hat, ist zwar als Meinung des Bayerischen Philologenverbands zu ergänzen, dass es jedenfalls besser wäre, den hierzu erforderlichen Aufwand dem Gymnasium zur Verfügung zu stellen; leider aber scheint dies nicht mehr möglich zu sein, wie die Entwicklung zeigt.

Erneut wird es dadurch Politikern leicht gemacht wird, nichts zu unternehmen, weil sich ganz von selbst z. B. die Idee eines Vorsemesters mit dem Status quo der allgemeinen Hochschulreife am Gymnasium ausspielen lässt, obwohl beide Vorschläge mit Recht die Unzulänglichkeiten der Studienbeginner beseitigen wollen.

Ganz gleich, ob man Vorsemester einführen will oder erneut einen Ausbau der Gymnasien verfolgt, sollte es primär um die Schließung vermeidbarer Lücken im Können und Wissen der Abiturienten gehen. Die Vermittlung eines **Einblicks in die akademischen Arbeitsweisen der Mathematik**, wie dies so manche Hochschullehrer am Gymnasium immer noch anstreben, ist hinsichtlich der Hochschulreife sekundär.

Das freiwillige Jahr:

Wie gesagt, Brückenkurse gibt es für Mathematik an nahezu allen Hochschulen. Neu ist, dass sich insbesondere die bayerischen Philologen seit geraumer Zeit um ein freiwilliges Zwischenjahr bemühen, das um die Klasse 10 angesiedelt sein soll und in dem vor allem die Versäumnisse der gymnasialen Mittelstufe behoben werden. Man will damit die Brückenkurse überflüssig werden lassen. Erfahrungen mit einem solchen Zwischenjahr sind mir bis jetzt nicht bekannt geworden, außer dass es in Bayern hierzu 12 Versuchsschulen gibt (siehe BAIER [3]). Ich bin hierbei genauso skeptisch wie bei den Brückenkursen. Ich kann mir nicht vorstellen – um bei den bereits vorgeführten Beispielen zu bleiben –, dass in einem Zwischenjahr z. B. das Gleichungslösen so ergänzt werden kann, wie ich das im Kapitel Binnendifferenzierung vorgeführt habe. Um im Ergänzungsjahr deutlich zu machen, weshalb eine solche Ergänzung erforderlich ist, wird man viel Unterrichtszeit mit dem bereits nach Lehrplan Unterrichteten benötigen, bis man auf die erforderliche Ergänzung zu sprechen kommen kann. Hier hat es der Brückenkurs leichter, da jedem Teilnehmer bekannt ist, dass die gebotenen Inhalte für das anschließende Studium erforderlich sind und niemand wird nach einem Zusammenhang mit solchen späteren „Anwendungen“ fragen.

Ergänzungsunterricht muss sich vor allem flexibel an die Bedürfnisse anpassen können. Hierbei hat es der Brückenkurs leichter als ein gymnasialer Ergänzungsunterricht, weil der Brückenkursdozent seine Themen ad hoc den Kenntnissen und Fähigkeiten seiner Studenten anpassen kann, während der Lehrer im Ergänzungsjahr sicher bereits nach einer sehr kurzen Einführungszeit von einem hierzu gehörigen Lehrplan abhängig gemacht werden wird. Ohne Zweifel würde sich die Situation durch ein Ergänzungsjahr verbessern; ob sie gut wird, kann vorläufig nicht beantwortet werden.

1.8 Privatschulen

Heute besuchen Privatschulen nicht nur Schüler, deren Laufbahn nicht weiter an einer öffentlichen Schule möglich ist, sondern immer mehr Eltern schicken ihre Kinder, die mehr als der Lehrplan festlegt lernen wollen, auf Privatschulen in Deutschland aber auch ins Ausland, vornehmlich in die Schweiz und nach England. Der Vollständigkeit halber muss man dies hier erwähnen, auch wenn ich als Bürger und Staatsbeamter diese Entwicklung für einen unmöglichen Zustand halte.

1.9 Oberrealschulen

Alle hier zusammengestellten Vorschläge für die Rettung der Hochschulreife hinsichtlich der Studienrichtungen Ingenieurwesen und Naturwissenschaften wären hinfällig, wenn es wieder gelänge, echte mathematisch-naturwissenschaftliche Gymnasien zu schaffen. Da heute dieser Terminus im bestehenden System verwendet wird und doch nicht ausreichend für unsere Belange ist, wurde bereits in MEYER [2]: „Über Ursachen des Niedergangs der Mathematikvermittlung an Schulen und ihre Behebung" empfohlen, eine neue Oberrealschule zu schaffen. Dieser Schultyp wird in seiner Stundentafel einige Beschränkungen gegenüber den sonstigen Gymnasien haben und so im Stundenplan Zeit für den erforderlichen Ausbau der Mathematik und der Naturwissenschaften bieten.

Der Vorteil wäre, dass sich Eltern bereits frühzeitig für eine naturwissenschaftliche Laufbahn ihres Kindes entscheiden könnten und auch wüssten, dass ihre Kinder die erforderliche Hochschulreife erreichen können. Der Nachteil ist offensichtlich: Die Entscheidung treffen die Eltern und nicht das Kind. Man sollte allerdings zumindest Vorteil und Nachteil in einer Versuchsphase abwägen.

1.10 Szenisches Lernen

Eigentlich wussten es „gute“ Lehrer schon immer, mitreißend gelingt der Unterricht nur dann, wenn der Lehrer ein guter Schauspieler ist. Noch besser ist es wohl, wenn es ihm gelingt, die Schüler zum Mitspielen zu bringen.

Das, was früher geschickt vom Lehrer ad hoc und manchmal auch ungewollt zur Szene geworden ist, kann „in allen Fächern“ auch fächerübergreifend geplant werden, wie in MEYER G. U. A. [1] angedeutet wird. Was hierbei den Mathematikunterricht angeht sind erste Ansätze mit dem Gymnasium Hilpoltstein in Bayern im Gespräch. Es geht nicht nur darum, der Klasse historische Mathematikpersönlichkeiten nahe zu bringen, sondern in der Tat Mathematikinhalte. Man hat am betreffenden Gymnasium bereits Erfahrungen mit dem Unterrichtsfach Physik.

Da man ja bei der Binnendifferenzierung die gehobene Gruppe auch für Hilfestellungen im Normalunterricht nutzen kann – wodurch „die Besseren“ noch besser werden – wäre Szenisches Lernen etwa vor Ferien dahingehend denkbar, dass man in einer Szene so manche Schülerlücke mit der gehobenen Gruppe demonstriert und behebt.

Sobald ein erstes „Drehbuch“ existiert, wird ein Bericht hierüber in der „Mathematikinformation“ erscheinen.

2. Änderungen bei der Gesellschaft

Auch bei den Problemen der Schulmathematik kann das Rad der Geschichte nicht zurückgedreht werden. Die Gesellschaft hat heute viel Geld, sich weitaus mehr zu leisten, als dies noch vor 50 Jahren möglich war. Man will Spaß und „action“ auch als Jugendlicher. Die Eltern wollen für ihre Kinder das höchstmögliche Diplom und längst ist bekannt, dass Akademikerberufe meist sichere Einkommen mit sich bringen, also werden sie angestrebt.

Die Lehrer sind bereits zu lange die Prügelknaben der Nation. Sie haben zum Teil den Mut verloren, sich zu wehren. Als ich vor 33 Jahren von der Universität an das Gymnasium gewechselt habe, bin ich von der Meinung meiner neuen Kollegen sehr enttäuscht worden. Zu viele haben damals schon den Standpunkt vertreten, an der schulunfreundlichen Haltung der Gesellschaft nichts ändern zu können, weil sie als Lehrer in dieser Gesellschaft ohne Bedeutung seien, sozusagen ohne Lobby dastünden, ihr Stellenwert sei nahezu null.

Die analoge Einstellung kann man bei den Organisationen der Gesellschaft und der Industrie beobachten. Als ich vor 30 Jahren mit dem Kampf um ein besseres Gymnasium begonnen habe, habe ich immer wieder bei Gesprächen z. B. mit der Siemens AG und dem VDI zu hören bekommen, Gymnasiallehrer hätten von allem, was im Leben wichtig sei, keine Ahnung. Anders ist das damals noch mit den Hochschullehrern gewesen, deren Leistungen man durchaus anerkannt hat; aber das ist heute häufig auch bereits Vergangenheit.

Wenn Politiker nur auf die nächste Wahlperiode schielen und sich innerhalb von 4, 5 oder 6 Jahren in der Auffassung der Gesellschaft nichts ändern kann, können die schulischen Probleme nicht in Angriff genommen werden. Dabei sollte zumindest Politikern bekannt sein, dass unser rohstoffarmes Land laufend auf Neues in Technik und Wirtschaft angewiesen ist und gerade deshalb die Schule optimal und nicht minimal die Jugend auf ihre zukünftigen Aufgaben vorbereiten muss, damit auch 30 Jahre später unser Exportniveau so krisenfest wie heute gehalten werden kann. Die Situation, dass Asiaten kein geistiges Eigentum kennen, hat alles verschlimmert, weil wir heute schon neue Ideen rascher realisieren müssen als man dort unsere gestrigen Innovationen nachbaut *und* verbessert, was uns den wirtschaftlichen Nutzen schmälert.

2.1 Änderungen bei den Lehrern

Die Lehrer müssen sich ändern, wenn sie erreichen wollen, dass sich ihre Arbeitswelt ändert. Sie können hierbei zunächst von ihrer Obrigkeit, dem Ministerium, keine Unterstützung erwarten, weil dieses heute mehr als früher politisch abhängig geworden ist. Die Politiker selbst sind via Journalisten gesellschaftsabhängig.

Für die Änderungen der Lehrer müssen zunächst zwei Grundlagen geschaffen werden:

- Die Lehrer müssen wieder stolz auf ihren Berufsstand sein, da sie in der Gesellschaft eine wichtige Aufgabe zu erfüllen haben.
- Der einzelne Lehrer kann an seiner Schule wenig bewirken, wenn sich nicht sein Fachbereich zu einem gemeinsamen Handeln entschließt, worunter selbstverständlich nicht gemeint ist, dass man den Beschluss fasst, wie in der Vergangenheit nichts zu unternehmen.

Zur Realisierung der zweiten Forderung benötigen wir dringend die Unterstützung der Philologenverbände, die darauf drängen müssen, dass weisungsbefugte Fachbetreuer innerhalb der nächsten 10 Jahre in den Schulen aller Bundesländer zu finden sind. Für weiteres Detail verweise ich auf BAIER [2] und MEYER [2].

Der zukünftige Gymnasiast wird sich auf sein anschließendes Studium zweigeteilt vorbereiten müssen:

- Das staatlich genehmigte Gymnasium oder eine adäquate Schule werden die Fundamente legen.
- Zusätzlich hierzu wird der Schüler freiwillig eines der oben näher bezeichneten Zusatzangebote wahrnehmen, um studierfähig zu werden.

Diese Zweiteilung ist nicht neu. Doch sollte der europäische Weg hierbei nicht die Fehler aus Japan und China wiederholen, wo dieses System seit langem praktiziert wird: Man sollte hierzulande mehr darauf achten, den damit verbundenen Schulstress nicht zu groß werden zu lassen.

Die Lehrer müssen die Ergänzungsangebote auf Elternabenden vorstellen, vor allem aber die Jugendlichen ermutigen, solche Angebote zu nutzen. Sicher wird dies nicht einfach. Man wird im Kleinen anfangen und versuchen, den Prozentsatz der Schüler, die für Mathematik und Naturwissenshaften geeignet sind, so zu heben, dass der Bedarf an Nachwuchs abgedeckt wird. Das alles muss innerhalb einer Fachschaft geschlossen geschehen. Erfahrungsgemäß genügt *ein* Kollege als „Ausreißer“, der alle Bemühungen seiner Kollegen zunichtemachen kann.

Die innere Einstellung der Lehrer zu ihrem Beruf muss sich wieder ändern. Die **Liebe zur Jugend** reicht nicht, wenn sie nicht am Gymnasium und adäquaten Schulen von einer **Begeisterung zum Fach** getragen wird. So müssen Gymnasiallehrer wieder alle von ihrem Beruf z. B. als Mathematiker begeistert sein:

- Jeder Lehrer ist bemüht, sich selbstständig und freiwillig in seinem Fach weiterzubilden.
- Er wirkt bei der Weiterentwicklung seines Lehrfaches mit.
- Als Akademiker kennt er – wie in der freien Wirtschaft – keine tarifliche Begrenzung seiner Arbeitszeit, auch wenn die Anzahl seiner Unterrichtsstunden grundsätzlich tariflich geregelt ist.
- Bei letzterem wird wieder wie in der Vergangenheit die Unterrichtsstunde zu 45 Minuten mit einer Arbeitszeit von 140 Minuten gleichgesetzt.
- Verwaltungsarbeiten und Vorbereitung in Labors u. ä. übergibt er nach Weisung einschlägigem Personal. Damit kann er sich wieder auf das Wesentliche seines Berufs, auf die Lehre, einstellen.
- Um die Weiterentwicklung zu beleben, beschäftigt er sich publizistisch.

Da in Obigem genauer auf die Binnendifferenzierung eingegangen worden ist, sollen hier damit verbundene Forderungen zusammengestellt werden:

- Die Lernmittelfreiheit ist abzuschaffen. Nur so wird es dem Schüler ermöglicht, sich angemessen über Zusammenhänge mit früher Gelehrtem zu informieren. Die damit freiwerdenden öffentlichen Haushaltsmittel werden verwendet, um Bedürftigen Finanzen zur Verfügung zu stellen, Schulbücher käuflich zu erwerben. Wie man die Schulbücher der Vorjahre sinnvoll nutzt, wird im Unterricht gelehrt.
- Das macht aber auch erforderlich, dass seltener als bisher Lehrpläne geändert werden und so aus Sicht des Jugendlichen die einzelnen Schuljahresbücher kompatibel bleiben. Verlage können dann auch wieder mit Schulbüchern Gewinne machen und es entsteht wieder eine erforderliche Konkurrenz bei den Schulbüchern.
- Gerade Unterlagen zur Binnendifferenzierung können selbst auf unterster Stufe nicht vom einzelnen Lehrer entworfen werden. Er muss sich deshalb – wie in der freien Wirtschaft – bemühen, im Team Arbeiten zu übernehmen. Bekanntlich ist es sehr schwer, Lehrern auseinanderzusetzen, dass Teamwork auf Dauer eine Arbeitszeitverkürzung darstellt, wenn diese nicht mit Konferenzen vergeudet wird. Der zukünftige Fachbetreuer wird nicht in der Lage sein, bei allen Ambitionen seines Fachbereichs dabei zu sein, er wird aber gut beraten sein, gerade die dann anstehenden Sitzungen seiner Fachschaft hinsichtlich Zeitaufwand u. ä. zu kontrollieren.
- Ganz Analoges gilt für die Sammlung von Arbeitsblättern zum Durchführen einer Binnendifferenzierung. Die Sammlung entsteht natürlich im Team anhand von Angeboten, die auch von außen kommen, wie etwa von der „Mathematikinformation“; die Sammlung steht allen Kollegen zur Verfügung.
- Die Schulbibliotheken sind zukünftig für Schüler nicht nur Ausleihstätten sondern verfügen über hinreichend viele Arbeitsplätze, damit alle Schüler sich in der Schule rasch und gut informieren können; man wird hierbei von 40 bis 60 Arbeitsplätzen pro Gymnasium ausgehen müssen.

Der außerschulische Unterricht wird aber in den Folgejahren immer bedeutsamer. Schüler, die sich außerhalb ihrer Schule mit Mathematik befassen, verlieren zunächst Arbeits- und Freizeit, die aber doch wieder hereinkommt, weil sie z. B. in Mathematik schneller und beweglicher werden. Auch aus diesem Grund sollte man seitens der Vorgesetzten diejenigen Lehrer wohlwollend unterstützen, die sich an solchen Projekten nebenberuflich beteiligen.

Aus meiner Sicht kann es nicht angehen, dass Lehrer, die sich außerschulisch hervorheben, ihre ganze Arbeit ehrenamtlich machen und darüber hinaus auch noch die dadurch entstehenden Kosten selbst tragen. Das bedeutet natürlich nicht, dass solche Bezahlung unbedingt der Staat übernehmen muss. Meine Erfahrungen zeigen, dass die Wirtschaft mit ihren Verbänden, die Kirchen und auch andere bereit sind, hierfür Geld auszugeben, freilich unter der Voraussetzung, dass es sich um keine Eintagsfliegen handelt. Man will die Gewähr, dass über längere Zeit mit einem gut formulierten Fernziel eine Gruppe arbeiten kann und nicht bei erster Gelegenheit auseinanderfällt oder von außen zerschlagen wird. Beispiele hierzu existieren, wenn auch so manch ein bis heute angestrebtes Ziel aus Sicht dieses Artikels als fragwürdig anzusehen ist.

Einige Mathematiklehrer werden sich für eine Art Oberrealschule stark machen und so vielleicht die Zweigleisigkeit der zukünftigen Gymnasiasten – an der staatlichen Schule einerseits und andererseits in einem mehr oder weniger privaten Kurssystem – vermeiden.

2.2 Änderungen in den Beziehungen Hochschule – Gymnasium

Die Beziehungen im Fach Mathematik zwischen Hochschule und Gymnasium sind bis weit über die Mitte des vergangenen Jahrhunderts hinaus hervorragend gewesen. Viele Professoren haben in jungen Jahren den Beruf des Gymnasiallehrers ausgeübt, bis ihnen der Sprung an die Universität gelungen ist. So hat fast jeder Mathematik-Universitätsprofessor das Gymnasium bestens gekannt. Viele Gymnasiallehrer haben publiziert und nicht nur um zu promovieren. Die Jahresberichte der einzelnen Gymnasien enthielten wissenschaftliche Abhandlungen und nicht nur leblose Statistiken. Dann kam in Deutschland um 1950 der Diplommathematiker auf und damit verlor allmählich die Lehrerausbildung in Mathematik an Bedeutung, ja aus Sicht der Universitäten ist sie, was heute Ansehen und Anforderungen betrifft, zweitrangig geworden. Das Verständnis gegenüber dem Gymnasium ist geschrumpft, genauso wie sich immer weniger Gymnasiallehrer für die forschende Mathematik interessiert haben. Schließlich hat man an vielen Universitäten auch in den Vorlesungen zwischen der Diplomlaufbahn und der Lehrerausbildung unterschieden und sich in neuester Zeit bei den Studenten für das Höhere Lehramt mehr um Grundsätzliches in Didaktik und Pädagogik gekümmert.

Ein bisschen hat sich die Zusammenarbeit zwischen Hochschule und Gymnasium mit dem Aufkommen des Bundeswettbewerbs Mathematik und der Mathematik-Olympiaden geändert, wenngleich zugegeben werden muss, dass überraschend viele Wettbewerbsaufgaben irgendwie nur mit *einem* Teilgebiet der Mathematik, der klassischen Zahlentheorie, zu tun haben und andere, vor allem sehr bedeutsame Gebiete in der Anwendung wie Analysis und Geometrie zu selten vorkommen, ganz gleich ob es hierbei um die klassischen oder modernen Bereiche derselben geht. Die Zusammenarbeit neigt also dazu, gebietsabhängig zu werden.

Ganz entsprechend ist der Anwendungsbezug der Mathematik am Gymnasium verschwindend klein, wenn man von Lehrern oft gewaltsam entworfenen *so genannten* Anwendungen oder solchen von einst einmal absieht, die heute im Zeitalter der computerunterstützten Werkzeugmaschinen keine Rolle mehr spielen. Ursache ist vor allem, dass auch heute noch in zu vielen Mathematikvorlesungen die Anwendung unterrepräsentiert ist. So scheuen sich Lehrer, Anwendungen zu finden und auch zu lehren, weil sie ja hierbei das ihnen scheinbar vertraute Gebiet der „reinen" Mathematik verlassen müssten und ganz allgemein kaum einer sich freiwillig aufs „Glatteis" der Anwendung begeben möchte.

An der Vorlesungssituation wird sich einige Zeit nichts ändern. Aber z. B. die Idee der Vorsemester (siehe Kapitel 1.8) könnte die Möglichkeit geben, mehr Gymnasiallehrer als bisher vorübergehend an die Hochschulen zu holen, was sich wiederum für die Gymnasiallehrer als eine hervorragende Weiterbildungsperiode erweisen könnte, wenn sie dort mitarbeiten würden im Bereich der Brückenkurse und weiterem. Die Hochschulen könnten so ihre Kontakte zum Unterrichtsgeschehen ausbauen.

Auch ist es durchaus nicht notwendig, dass sich Mathematiklehrer an mathematischen Instituten bewerben, so manch ein Professor der Anwendung – man denke nur an das 12. Forum an der GEORG-SIMON-OHM-Hochschule 2010 in Nürnberg – kann auch für die Schulmathematik interessant sein. Ganz Analoges gilt für vorübergehende Industrie- bzw. Auslandsaufenthalte. Ich weiß, dass in der jüngeren Vergangenheit leider nur sehr wenige Kolleginnen und Kollegen bereit waren, einen solchen Schritt zu wagen. Vielleicht sollte man bei der Ausschreibung solcher Stellen etwas genauer als früher auf die damit verbundenen Vorteile für die Zukunft des Gymnasiums zu sprechen kommen, auch sollte der Staat aufhören, immer wieder zu betonen, dass solche Beurlaubungen keinen Einfluss auf Beförderungen haben. Gerade letzteres kann dann als Anlass für Ablehnung der Angebote angesehen werden.

Viele Lehrer haben Probleme in der Mathematik beim Formulieren von größeren Zusammenhängen. Die hierbei oft vorgegebene Arbeitsüberlastung kann nicht alleiniger Grund sein. So habe ich schon vor einiger Zeit versucht, mehrere umfassende Hausarbeiten – also über die Fragestellungen der so genannten Hochschul-Übungen hinaus − für Lehramtsstudenten an Universitäten ins Gespräch zu bringen, die dann auch bis ins Detail an der Hochschule korrigiert werden. Ich bin dabei davon ausgegangen, dass so mehr Formulierungskunst in die Schule gebracht wird. Ich betone auch hier, das wäre an den Universitäten nicht nur für Didaktiker eine Aufgabe, sondern vor allem für Nichtdidaktiker. Geht es doch dabei zunächst um das rein mathematische Gliedern und dann Formulieren. *Eine* wissenschaftliche Zulassungsarbeit und *vielleicht eine* weitere Seminararbeit in Mathematik sind hierfür zu wenig.

Zugegeben, das ist eine Personalfrage. Das Obige aber ist auch ein weiterer Grund, vorübergehend Lehrer an die Hochschule für das genannte Korrigieren aber auch für anderes zurückzuholen, um dann zumindest bei einer solchen „Kerngruppe" einen Ansatz für eine Verbesserung der Situation des Mathematikunterrichts zu erreichen.

2.3 Änderungen bei den Ansichten der Gesellschaft hinsichtlich des Lernens

Die Gesellschaft sind wir alle, also auch die Lehrerschaft, über die ich bereits referiert habe. Irgendwie ist heute „die Schule“ mehr als früher von den Politikern abhängig geworden. Früher konnte man durchaus von einem Ministerialbeamten, der Lehrer war, bei einem Ministerwechsel hören: „Was geht mich der Ministerwechsel an, der Souverän in Schulmathematik bin ich“. Heute klagt man auch in den Ministerien über den politischen Zwang, versucht aber dann doch klar zu machen, dass es geradezu die Aufgabe eines Ministeriums ist, politische Ideen zu realisieren und sie auf keinen Fall abzulehnen.

Deshalb haben heute die Lehrer an vorderster Front weitaus mehr als in der Vergangenheit die Aufgabe, Politiker aufzuklären, dass es im Bildungsbereich nicht ausreicht, Schulhäuser zu bauen oder zumindest zu renovieren und die Organisationsform Schule zu ändern. Besser beraten sind Politiker, wenn sie einsehen, Reformprozesse brauchen viel Zeit für die beteiligten Lehrer und man sich deshalb von den aktiven Lehrern und nicht nur von Verwaltungsbeamten u. a. beraten lassen kann. Reformen werden nicht allein von der sich ändernden Gesellschaft initiiert sondern auch von den internationalen Veränderungen und damit von dem sich ändernden Stellenwert z. B. der Schulfächer u. a. beeinflusst, was vor allem von den Lehrern an der Schulfront beurteilt werden kann.

Politiker wie Journalisten müssen einsehen: **Die praktizierenden Lehrer sind die Bildungsfachleute.** Jeder rasche Umbruch des Bildungswesens ist eben ein Bruch. Zumindest hat die Vergangenheit deutlich gemacht, dass Umbrüche im Bildungswesen zu keinen Verbesserungen führen, sondern nur den Verfall des Bildungswesens beschleunigen. Politiker und Journalisten müssen in dieser Angelegenheit lernen, anders zu denken. Langsame, behutsame Schritte erst führen zum Ziel.

Gerade das bisher Geschilderte zeigt doch den Riss durch die Schulhäuser: Da ist eine kleine Gruppe (30%), die Naturwissenschaften im weitesten Sinn studieren will; sie benötigen mehr Mathematik als heute geboten wird. Da ist aber auch die größere Gruppe (70%), die glaubt, zum Studium und dann zur Berufsausübung *keine* Mathematik zu brauchen. Bekommt aber die kleinere Gruppe nicht, was sie benötigt, dann haben wir 30 Jahre später zu wenige Naturwissenschaftler, die den Konkurrenzkampf mit den Asiaten im Jahrhundert der Chinesen – wie das die US-Bürger sehen – bestehen und damit via Export auch in Zukunft helfen, erst die 70% „anderen“ zu ermöglichen.

Sind die Politiker frei in ihren Absichten? Sollten sie nicht vor allem verfolgen, was ihre Wähler wollen? Die Eltern sind auch Wähler. Freilich sind sie nicht das ganze Leben Schülereltern, sondern höchstens ein Viertel davon. Sie werden stets „das Beste“ für ihr Kind wollen. Ihr Standpunkt ist oft: Weshalb muss mein Kind so viel Mathematik lernen, wenn nicht alle Berufe dieses Fach benötigen? Schließlich war man selbst schlecht in Mathematik und ist auch etwas geworden.

Darum geht es doch gar nicht. Die ganze Elternschaft muss ja nicht davon überzeugt werden, dass ihre Kinder mehr Mathematik oder Geschichte lernen sollen – um ein anderes Beispiel zu nennen, bei dem es auch Nacht geworden ist. Die Gesellschaft muss aber vor allem davon überzeugt werden, dass es Menschen gibt, die gern mehr lernen würden, weil diesen z. B. Mathematik und ihre Anwendungen Spaß machen, sodass sie vielleicht sogar bereit sind, hiermit einen einschlägigen Beruf zu ergreifen. Da reden alle von einem Europa der Minderheiten und doch ist keiner bereit, dass einige mehr von dem lernen dürfen, was ihnen Spaß macht und worin sie gut sind.

Die Einstellung zur Schule, zum Lernen und vor allem zum Lernangebot muss sich in vielen Bereichen unserer reichen Gesellschaft dringend ändern. Man kann doch in einer Demokratie nicht weiterhin den Standpunkt behalten, der da sagt: „Weil meine eigenen Bedürfnisse etwa Mathematik nicht benötigen, bin ich eben so kurzsichtig, dass ich nicht gestatte, dass andere mehr darin gelehrt bekommen.“

Die Überwindung der **lerngehemmten Gesellschaft** ist heute eine Aufgabe für alle im Lehrberuf Tätigen, angefangen vom Kindergarten bis hin zur Universität. Dann geht es aber darum, die vorhandenen Möglichkeiten und weitere den willigen Jugendlichen zur Verfügung zu stellen.

3. Literatur

Baier Tina	[1]	„In Mathematik brechen 30 Prozent ihr Studium ab“, SZ 14. 9. 2012
	[2]	Großes Kopfschütteln, Geplante neue Führungsebene an Schulen stößt auf Kritik, SZ 4. 2. 2013
	[3]	Lernen im Frühwarnsystem, SZ 11. 3. 2013
Barth u. a.	[1]	Anschauliche Geometrie 10, Ehrenwirthverlag
Das Gymnasium in Bayern	[1]	Podiumsdiskussion zum Thema Schnittstelle Abitur – Hochschule Heft 11-2012, Seiten 26-27
Hoffmeyer Miriam	[1]	Das Kreuz mit der Mathematik, SZ 17. 1. 2013
Knoke Mareike	[1]	„Deutschland schuf ein bürokratisches Monster“, VDI-Nachrichten 28. 9. 2012
König Helmut	[1]	Außerunterrichtliche Arbeit, Bezirkskomitee Chemnitz zur Förderung math.-nat. begabter und interessierter Schüler, mehrere Hefte um 1994
Kößlinger H.	[1]	Trigonometrie, Franz Ehrenwirth Verlag München 1948
Landeselternvereinigung Bayern	[1]	Leserbrief hinsichtlich Bachelorprüfungen in der Süddeutschen Zeitung 2012
Meyer Gerhard u. a.	[1]	Szenisches Lernen, Akademie für Schultheater und Theaterpädagogik, Selbstverlag Hilpoltstein 2010/2011
Meyer Karlhorst	[1]	Komplexe Zahlen als Beispiel für eine Binnendifferenzierung, Mathematikinformation Nr. 50, Seiten 7 – 37
	[2]	Über Ursachen des Niedergangs der Mathematikvermittlung an Schulen und ihre Behebung, Mathematikinformation Nr. 56, Seiten 61 – 78
Meyer Kh. u. a.	[3]	Brennpunkt Algebra 8, Schroedel Schulbuchverlag GmbH Hannover 1990
	[4]	Begabungsförderung I, Der Mathematik-Unterricht Oktober 2005
	[5]	Begabungsförderung II, Der Mathematik-Unterricht April 2006
Autor unbekannt	[1]	Abiturstandards Mathematik veröffentlicht: Chance vertan?, Profil November 2012, Seite 6
	[2]	Studierfähigkeit und Abitur, Wissenschaftlicher Beirat des DPhV tagte in Berlin, Profil November 2012, Seiten 8 bis 11

Autor:

Dr. Karlhorst Meyer
Kyffhäuserstraße 20
85579 Neubiberg