

# Stellungnahme zum Mathematikunterricht an Gymnasien

## 1. Anlass

Die Unterschiede der Leistungsergebnisse an den Gymnasien der Bundesländer in Deutschland sind äußerst auffallend; dies gilt vor allem im Fach Mathematik, um das es in der vorliegenden Stellungnahme gehen wird. Ähnliches ist aber durchaus auch in den Fächern Deutsch und Englisch u. a. zu beobachten.

Laufend produzieren die einzelnen Bundesländer neue Lehrpläne unter dem Aspekt der Vereinheitlichung im aufzubauenden Europa bzw. der Modernisierung von Begriffen, wie sie derzeit in den Fachdidaktiken Mode geworden sind, wenn etwa der Terminus Lernziel durch Kompetenz u. a. ausgetauscht wird. Vergleicht man die neuen Lehrpläne mit den alten, so wird deutlich, wie man sich vor allem bemüht, einem größeren Bevölkerungskreis die Reifeprüfung zu ermöglichen, wie dies manche Politiker (etwa bei der UNESCO), vor allem aber Elternverbände und Presse fordern. Im Fach Mathematik äußert sich dies in aller Regel im Kürzen der Unterrichtszeit und in der Vereinfachung der Lerninhalte und -fähigkeiten.

Hierbei wird übersehen, dass bereits die alten Lehrpläne im Fach Mathematik nicht mehr den Erfordernissen einer allgemeinen Hochschulreife entsprochen haben, wie dies in den Kapiteln 2 bis 4 der vorliegenden Stellungnahme genauer auseinander gesetzt wird, **wobei nicht alle aufgezählten Mängel bisher in jedem Bundesland zu beobachten waren.** Lehrplanmacher riskieren bewusst oder unbewusst die Reifeprüfung als den wesentlichen und alleinigen Hochschulzugang in Deutschland. Man übersieht absichtlich oder unabsichtlich, dass z. B. im Schulfach Mathematik die Voraussetzungen für den Beginn eines **Mathematik anwendenden Studiums** seit langem so nicht mehr gegeben sind, um ein solches Studium innerhalb der Regelstudienzeit mit Erfolg abzuschließen. Abbrecherquoten, die durch freiwillige Aufgabe der Studienabsicht oder zwangsweisen Abbruch wegen nicht bestandener Prüfungen verursacht werden, sind nicht Folge unverständlicher Hochschullehrer sondern überwiegend der nicht ausreichenden Gymnasialmathematik.

Nur ganz wenige Studenten in den genannten Fachrichtungen erreichen innerhalb der Regelstudienzeit ein abschließendes Examen, zu wenigen nicht Hochbegabten gelingt dies dann nach überlangen Studienzeiten – auch mit Sondergenehmigungen. Der so erreichte Nachwuchs ist jetzt schon zu gering und fördert die Abwanderungstendenz deutscher Industrie vor allem nach Asien. Laufend studieren an deutschen Universitäten Studenten, die keine Chance auf ein Abschlussexamen haben. Die Hochschulen leiden hierdurch an Unterfinanzierung, deren Abbau wahrlich nicht in den Bemühungen um neue Lehrpläne erkannt werden kann. Man könnte in diesem Zusammenhang von einem gezielten Veruntreuen von Steuergeldern sprechen.

Zu wenigen Lehrerinnen und Lehrern ist heute bekannt, dass ihre Ministerien den Standpunkt vertreten, dass einmal im Lehrplan genannte Lerninhalte in allen Folgeklassen geübt werden müssen, auch dann, wenn sie nicht im Lehrplan einer Klasse genannt werden. Auch scheint sich die Lehrerschaft nicht mehr bewusst zu machen, dass es eine Eigenart des Gymnasiums ist, in der einzelnen Jahrgangsstufe im Hinblick auf die Folgeklassen bis hin zur Reifeprüfung bzw. Studium zu lehren.

Der auch bei Lehrern anzutreffende Standpunkt, nur noch das zu lehren, was *alle* verstehen können, schadet der Allgemeinen Hochschulreife und wird über kurz oder lang dazu führen, dass Anregungen der Deutschen Rektorenkonferenz bereits aus den Siebzigern realisiert werden, auch Personen ohne Reifezeugnis zum Studium zuzulassen, wenn sie eine Hochschuleingangsprüfung bestanden haben. Dann aber sollte eine Schülerin, ein Schüler nicht mehr bis zum 18ten Lebensjahr das Gymnasium besuchen müssen.

Immer mehr, vor allem Technische Universitäten, entschließen sich vor allem in Mathematik zu Vorkursen. Die Technische Universität München überlegt im Moment, ein eigenes Gymnasium für ihre Belange zu gründen.

Jedenfalls: Jede weitere Stunden- oder Lehrplanreduzierung im Fach Mathematik löst die genannten Probleme nicht.

## 2. Defizite an der Sekundarstufe I

Die Sekundarstufe I bereitet ab der Jahrgangsstufe 5 den Unterricht der Sekundarstufe II vor. Dies geschieht *fachgebunden* aber auch *arbeitsmäßig*. Insbesondere bei letzterem lernt die Schülerin/der Schüler frühzeitig ihre/seine von der Schule nicht direkt belegte Arbeitszeit (so genannte „Freizeit“) *eigenständig einzuteilen* zur Erholung, Entspannung, Spielen und zum Arbeiten, also Anfertigen von Hausaufgaben und wiederum davon unabhängigem Wiederholen und Lernen. Hiermit werden grundlegende Tugenden des Akademikers erworben, ohne die ein Studium oder auch entsprechende Berufsausübung nicht möglich sind.

Der Unterricht in Sekundarstufe I ist durch ein umfangreiches Beispielmateriale charakterisiert. Neben innermathematischen Themen sollten Anwendungsaufgaben angefangen vom kaufmännischen Rechnen bis hin zu den Anwendungen des Logarithmus vorhanden sein. Man sollte das Rechnen und Zeichnen (Konstruieren) lernen. Die fachgebundene Vorbereitung spielt in der Sekundarstufe I vor allem in den folgenden Bereichen eine ausgeprägte Rolle; die aufgezählten Punkte werden aber immer häufiger nicht mehr unterrichtet:

### 2.1 Von der Arithmetik zur Algebra

Das bestehende Curriculum ist zu Beginn der Sekundarstufe I stark mit Anwendungen durchsetzt. Umso mehr die Arithmetik, also das Zahlenrechnen, in den Algebraunterricht übergeht, desto weniger Anwendungen bringt der Unterricht. In Folge fällt nicht so starken Schülerinnen und Schülern der Algebraunterricht schwerer als der Geometrieunterricht. Da es also zu wenige geeignete Anwendungsbeispiele zum Algebraunterricht gibt, muss man deshalb zukünftig bemüht sein, alle bekannten Beispiele unabhängig von den Rechten der Verlage nutzen zu dürfen.

2.1.1 **Frühes Kopfrechnen** (also ab der Grundschule) und so genanntes halbschriftliches Rechnen, bei dem nur einige Zwischenschritte als Merkstützen aufgeschrieben werden, erzeugen ein Zahlengedächtnis, das bereits in der Mittelstufe zu einem algebraischen Merkgedächtnis ausgebaut wird, ohne das die Ausübung von Mathematik anwendenden Berufen undenkbar ist. Durch Kopfrechnen werden Niederschriften von Rechnungen übersichtlicher und vor allem kürzer und so Rechenfehler, die auf Schreibfehlern beruhen, vermieden. Hiermit wird ein Weg eingeschlagen, den die globalisierte Welt erwartet: **Intelligente Lösungen werden rasch und sicher gefunden**. Man beachte: Erst durch Kopfrechnen werden Schätzen und Überschlagsrechnungen ermöglicht, ohne die eine moderne Gesellschaft nicht auskommt. Es reicht nicht, dieses wichtige Kapitel im Lehrplan zu nennen und gleichzeitig nicht festzustellen, dass es aus Zeitnot kaum einen Lehrer gibt, der dieses Kapitel in allen Klassen bis hin zur Reifeprüfung verfolgt. Kopfrechnen durch den Taschenrechner zu ersetzen, entspricht nicht den Erwartungen der Abnehmer von Schulabgängern.

2.1.2 Ein wichtiger Schritt zur Erzeugung des Zahlgefühls ist die Einführung der Dezimalschreibweise, die je nach angegebener Stellenanzahl nur in einem Intervall eine Zahl mit vorgegebener Genauigkeit erfasst. So entstehen bereits in Jahrgangsstufe 6 *Intervallschachtelungen* und damit die *reellen Zahlen*. Diese beiden Termini wird der Schüler u. U. erst zu Beginn der Sekundarstufe II erfahren. Mit diesen reellen Zahlen kann er rechnen, was ihm allerdings ebenfalls erst beim Grenzwert zu Beginn der Sekundarstufe II bewiesen werden kann.

2.1.3 Auch wenn heute im Umgang mit Brüchen – vor allem bei der Computernutzung – die Dezimalschreibweise der Brüche bevorzugt wird, hat am Gymnasium das Rechnen mit gemeinen Brüchen im Hinblick auf die Algebra einen besonderen Stellenwert, der leider von immer weniger Lehrern erkannt wird. Beim Kürzen gemeiner Brüche sind auch Produkte, die sich erst mit dem so genannten großen Einmaleins zerlegen lassen, zu benutzen. Nenner 2, 3, 4, 5 und 10 vermitteln nicht die Kunst des Bruchrechnens.

2.1.4 Eine alte Tradition knüpfte an das Gleichungslösen der Grundschule an: Um den „Stellenhalter“ (Unbekannte) allein zu stellen, muss man seine Verknüpfung mit einer Zahl durch die Umkehroperation auflösen. Dieses Verfahren wird auf Grundschulniveau in jedem Einzelfall von Neuem erarbeitet. Am Gymnasium wurde dies früher in Klasse 5 systematisiert, ohne gleich auf die Methode mit Äquivalenzumformungen beider Gleichungsseiten (Klasse 7 z. B.) vorzugreifen. Diese Vorstufe führte zur Vertiefung der Gleichheit (auch Ungleichheit), deren Fehlen in so manchem „modernen“ Lehrplan heute das Gleichungslösen im Algebraunterricht erschwert.

2.1.5 Entsprechend der Altersstufen werden laufend – immer schwierigere – Gleichungen und Ungleichungen auch mit Fallunterscheidungen gelöst. Hierbei gilt der Grundsatz: Viele Gleichungen und Ungleichungen, auch Systeme aus solchen, die „händisch“ mit elementarer Algebra gelöst werden können, sind Thema des Gymnasiums. Das gilt auch für Gleichungen mit Umkehrfunktionen, deren Lösungsverfahren oft die Eindeutigkeit verlie-

ren, die erst wieder durch zusätzliche Maßnahmen (z. B. Probe) erreicht werden kann, wie etwa bei den Wurzelgleichungen. Heute muss man beobachten, dass die meisten Lehrpläne die früher vorhandene Vollständigkeit nicht mehr erreichen.

2.1.6 Insbesondere sind in Klasse 7 Binome zu lernen, damit auch mit ihnen faktorisiert werden kann und dann etwas komplexere Beispiele bei Bruchtermen u. a. händisch vereinfacht werden können. Wer derartiges nicht kann, wird beim Computer CAS-abhängig, kann aber vor allem keine Theorieentwicklung durchführen, wie dies durchaus z. B. im Ingenieurwesen, in den Naturwissenschaften und anderen Mathematik anwendenden Gebieten erforderlich ist. Lehrplangestalter, die nur auf Vereinfachung des Unterrichts ausgerichtet sind, arbeiten so an den Erfordernissen vorbei.

2.1.7 Auch hinsichtlich der  $\varepsilon$ - $\delta$ -Technik beim Grenzwert in der Sekundarstufe II müssen in Vorklassen Bruchgleichungen und -ungleichungen bzw. Betragsgleichungen und -ungleichungen geübt werden. Hierbei lernen die Schüler das Anlegen von Fallunterscheidungen beim Beweisen, also eine grundlegende mathematische Technik. Lehrpläne, die dies im Algebraunterricht der Sekundarstufe I nicht berücksichtigen, müssen erheblich mehr Unterrichtszeit zu Beginn der Analysis in der Oberstufe vorsehen. Hier wird deutlich, was Lehrplankritiker unter den Löchern in den Lehrplänen verstehen: Man braucht zunächst z. B. in Jahrgangsstufe 8 den Inhalt von 2.1.6 nicht; also wird er gestrichen. Erst beim Einführen des Grenzwertes fehlt dann das Fundamentale hierzu; eine „Lücke“ früherer Jahre lähmt den Unterricht; also entschließt man sich z. B. in einem Bundesland, alle „Beweise“ über Grenzwerte wegzulassen und schädigt damit den Hochschulunterricht.

2.1.8 Kurvendiskussion ist auch ein Thema der Sekundarstufe I: Extrema, Monotonie, Beschränktheit sind Kurvendiskussionsthemen vor dem Analysisunterricht. So ist es nicht angebracht, in der Sekundarstufe II eine Funktion 2. Grades stets zu differenzieren, um ihr Extremum und ihr Monotonieverhalten zu erhalten. Dies ist durchaus in Jahrgangsstufe 9 mittels eines grafikfähigen Rechners hinsichtlich Funktionen eines höheren Grades ausbaufähig, wenn der Lehrplan dies wieder zulässt. Siehe auch 2.3.7.

2.1.9 Am Ende des Algebraunterrichts stehen Exponential- und Logarithmusfunktion mit ihren Anwendungen. Hierbei werden insbesondere Gleichungen und Ungleichungen gelöst. Es reicht sicher nicht, wenn am Gymnasium nur eine propädeutische Kurvendiskussion im Zentrum steht, man muss auch zeigen, dass es Probleme gibt, die erst über Kurvendiskussion zu Lösungen führen. Insbesondere beim Logarithmus muss der Gymnasiast mehr als den Kurvenverlauf kennen lernen, nämlich den Einsatz der Funktionalgleichungen, des einfach und doppelt logarithmischen Papiers, wie dies in Labors üblich ist, u. a..

2.1.10 Am Ende der gymnasialen Algebra muss man – wenigstens bei einem Teil (siehe Kapitel 4) der bestehenden Klassen – z. B. im Zusammenhang mit den Lösungen quadratischer Gleichungen auf die komplexen Zahlen und ihre algebraischen Eigenschaften zu sprechen kommen (z. B. Satz von MOIVRE).

## 2.2 Stochastik

Immer mehr Bundesländer lehren Kombinatorik ab der gymnasialen Unterstufe und lehren damit die Teile der Schulstochastik, die letztlich auf Bruchrechnen beruhen und deshalb zu einer Bereicherung der Anwendungsaufgaben im Bruchrechnen führen. Zu Beginn des algebraischen Bruchrechnens (also etwa 8. Jahrgangsstufe) werden dann bereits kennen gelernte Fragestellungen algebraisiert. Schon auf dieser frühen Stufe sollten dann auch gelehrt werden :

- Unterscheiden von Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten,
- LAPLACE-Experimente,
- Baumdarstellung,
- Urne mit und ohne Zurücklegen bzw. Wiederholungen sind adäquate Beispiele,
- Vierfeldertafel,
- beschreibende Statistik.

## 2.3 Geometrie

Klassische Geometrie ist heute an den Hochschulen nicht mehr forschungsrelevant, z. B. Projektive Geometrie oder Koordinatengeometrie über Körpern. Auch wenn auf diese Weise sehr das Interesse der mathematischen Hochschullehrer an der Schulgeometrie geschwunden ist, spielt diese Geometrie in den Anwendungen (angefangen z. B. vom Auswerten einer RÖNTGEN-Aufnahme bis hin zur Weltraumfahrt) wie in der Sprache der wissen-

schaftlichen Mathematik eine entscheidende Rolle. Auch wenn über 20 Jahre in der Lehrerausbildung zu wenig Geometrie gelehrt worden ist, sollte man nicht glauben, die heute Abiturienten fehlenden Kenntnisse in den Mathematik anwendenden Studienrichtungen bei Einhaltung einer Regelstudienzeit an die Hochschule verlegen zu können.

Besonders augenfällig sind die folgenden Defizite:

2.3.1 Gymnasialer Geometrieunterricht darf nicht einseitig nur Kongruenzgeometrie (so genannte Figurenlehre) oder nur Abbildungsgeometrie betreiben. Beide Wege sollte der Schüler an jeweils geeigneten Beispielen kennen lernen, um **intelligente Lösungen rasch und sicher zu finden**. In die Abbildungsgeometrie steigt man über die aus Spiegelungen an Geraden erzeugten Bewegungen der Ebene ein. Man bleibt hierbei nicht bei Drehungen und Verschiebungen stehen. Eine erste Erweiterung der geometrischen Abbildung bringt die zentrische Streckung, aus der die Ähnlichkeitsabbildungen entstehen. Nach Einführung der Kongruenzsätze erfährt der Schüler, dass hier zwar eine zweite Methode entstanden ist, beide Methoden aber äquivalent sind.

2.3.2 Raumgeometrie ist nicht nur Thema für das Schuljahresende, sie muss in allen Klassen *stets präsent* sein, denn es gibt keine eigene Raumgeometrie. Ebene Geometrie (Planimetrie) liefert seit EUKLID das Kalkül der Geometrie und muss deshalb so umfassend wie bei EUKLID gelehrt werden. Die Probleme der Raumgeometrie werden alle mit dieser ebenen Geometrie (abgesehen von der Dimensionsformel) gelöst; d. h.: Bei Anwendungen sollten sich Lehrerinnen und Lehrer *laufend* bemühen, mit der bereits kennen gelernten Planimetrie räumliche Probleme zu lösen. Die Welt, in der wir leben, ist dreidimensional. Zweidimensionale Geometrie ist deshalb für das Kind eine Abstraktionsstufe, die im Unterricht oft überflüssig strapaziert wird, vor allem dann, wenn die räumlichen Anwendungen fehlen.

Ein wichtiges Ziel der Mittelstufe des Gymnasiums ist die Schülerin/den Schüler allmählich an die zweidimensionale Darstellung des dreidimensionalen Raums heranzuführen und auch in der Darstellung wesentliche Überlegungen am dreidimensionalen Gegenstand zu erkennen und dann durchzuführen. Dies ist ein entscheidendes Können abendländischer Kultur. Es geht hierbei nicht nur ums „Konstruieren“ oder „Zeichnen“ einer einstigen Darstellenden Geometrie sondern um das „Skizzieren“ räumlicher Zusammenhänge, um Überlegungen leichter durchführen zu können. In aller Regel wird dies durch Projektionen geschehen (Schrägbilder u. a.).

Erfahrungen zeigen, dass es nicht gleichgültig ist, in welchem Alter ein Schüler in die Raumgeometrie einsteigt. Räumliches Vorstellungsvermögen entsteht vor allem beim Basteln *vor* dem 10ten Lebensjahr und nicht am zweidimensionalen Bildschirm. Da Familien heute weniger als früher mit ihren Kindern basteln, müsste hier seitens der Schule besonderes Augenmerk auf das *rechtzeitige* Entstehen des Raumvorstellungsvermögens gerichtet werden. Mathematik Anwender angefangen von den Ingenieuren, Naturwissenschaftlern bis hin zu den Medizinern benötigen die Raumanschauung unabdingbar.

2.3.5 In der gehobenen Mittelstufe wird beim Lernenden das Bedürfnis nach einem Zusammenhang zwischen Winkeln und Strecken geweckt. Es entsteht die Trigonometrie. Leider bleibt mittlerweile diese Lehre in allen Bundesländern bei der Diskussion der trigonometrischen Funktionen und dem Sinus- und Cosinussatz stehen. Damit ist **keine allgemeine Studierfähigkeit** mehr gegeben: Wie auch im übrigen Mathematikunterricht entstehen in natürlicher Form Fragestellungen, die nur durch einen Gleichungsansatz gelöst werden können. Man spricht hierbei von goniometrischen Gleichungen, wie sie in allen Disziplinen der Natur- und Ingenieurwissenschaften vorkommen und deshalb deren Lösungsverfahren vom Gymnasium erwartet werden (wie dies um 1960 überall noch gegeben war). Solche Gleichungen können aber häufig ohne Kenntnis der Additionstheoreme und Umkehrfunktionen (arc-Funktionen) nicht gelöst werden; leider findet man auch diese in den meisten Lehrplänen nicht mehr. *Bei Einhaltung einer Regelstudienzeit kann dies nicht an die Hochschule verlegt werden, deshalb wird auch hierdurch an den Gymnasien die Allgemeine Studierfähigkeit nicht mehr erreicht*. Das Fehlen der goniometrischen Gleichungen spielt aber auch hinsichtlich des Gleichungslösens (siehe 2.1.3) innermathematisch eine entscheidende Rolle: Die am Gymnasium zunächst kennen gelernten Gleichungen zeigen – abgesehen von Ausnahmen – die Eigenart, nur endlich viele Lösungen zu haben. Erst goniometrische Gleichungen geben die Möglichkeit *unendlich vieler* Lösungen. Es ist eine irriige Meinung, dass zu diesem Punkt *eine* vierstündige Tutorübung der Höheren Mathematik oder der Technischen Mechanik an den Hochschulen diese Bildungslücke der Studenten schließen kann. Dieser Unterricht gehört ans Gymnasium am Ende der Sekundarstufe I.

2.3.6 Geometrie an der Schule befasst sich ab Klasse 5 mit Koordinaten. Die Darstellung mit Koordinaten muss weitaus konsequenter als bisher bis zur Reifeprüfung hin ausgebaut werden und deshalb stets im Unterricht präsent sein. Hierzu reicht nicht die gelegentliche Nutzung der Gleichung einer Kugel.

2.3.7 Geometrieunterricht heute – abgesehen von wenigen Ausnahmen – zeigt den Umgang mit den linearen Elementen der Geometrie. Man erweckt so den Eindruck, als wären fast alle Anwendungen linear, die Vektorrechnung scheint vor allem deshalb erfunden worden zu sein, um diese linearen Probleme, die durchaus ohne Vektorrechnung elegant gelöst werden können, möglichst umständlich zu bearbeiten und vor allem die eigentli-

chen Lösungswege zu verschleiern. Man sollte sich deshalb bereits in der Mittelstufe bemühen, nicht lineare Gebilde mit einzubeziehen: Ich spreche von der Kegelschnittslehre, wie sie durchaus ohne Vektorrechnung und Differenzialrechnung in der Jahrgangsstufe 10 durchgeführt werden kann. Man hätte dann auch den Vorteil, wiederholend auseinander zu setzen, weshalb die Schülerin/der Schüler so viel Planimetrie hat lernen müssen. Dann müsste man sich auch nicht an den Universitäten wundern, wie wenig Planimetriekenntnisse die Studenten haben, weil so auch in der Oberstufe – und vielleicht in der Reifeprüfung – entsprechende Wiederholungen stattfinden. Oft wurde in Lehrplänen bei Kegelschnitten an der Schule *nur* eine Klassifikation praktiziert, das ist zu wenig, jedenfalls unverständlich. Eine Klassifikation ist auch an der Hochschule erst möglich, wenn vom Gymnasium her alle Kegelschnitte samt ihren wesentlichen Eigenschaften bereits bekannt sind. Hierzu gehören auch die elementargeometrischen Konstruktionen von Tangenten an Kegelschnitten.

## 2.4 Nutzung des Taschenrechners, Übergang zur Informatik – Numerische Mathematik

Ein zu frühes Einsteigen in die Nutzung des Taschenrechners (TR) kann gegenüber 2.1.1, 2.1.2 und anderem kontraproduktiv sein. Wenn erst in einer höheren Klasse die allgemeine Nutzung des Taschenrechners erlaubt wird, sollten mit ihm nicht nur Übungsaufgaben aus der Rechenstubezeit gelöst werden, sondern der volle TR genutzt werden. Hierbei muss im Unterricht der nur endliche Umfang des zur Verfügung stehenden Zahlenmaterials am TR auseinander gesetzt werden. Man muss auf den Rundungszwang des Rechners zu sprechen kommen und zeigen, wie die Genauigkeit vom jeweiligen Lösungsverfahren abhängt. In aller Regel gilt: Ein kurzer Rechenweg auf dem Computer ist genauer als ein langer. Man steigt hiermit bereits in Grundfragen der Informatik ein, ohne sie theoretisch zu bearbeiten. Solche Überlegungen, zu denen durchaus *kein* CAS-Rechner erforderlich ist, fehlen am Gymnasium immer noch.

2.4.1 Informatik *kann* als eigenständiges Unterrichtsfach am Gymnasium gelehrt werden. Selbstverständlich gehört zur Allgemeinbildung, Grundsätzliches über die Architektur des Rechners zu wissen bzw. die hiermit verbundenen binären Rechenvorgänge zu verstehen, die sich nach außen als Programmiersprache äußern. Auch sollten einfache Programme in einer objektorientierten Sprache geschrieben werden, deren Syntax und Semantik an Beispielen gelehrt wird.

2.4.2 Für die mathematischen Alltagsprobleme gibt es aber Standardsoftware, die der Schüler im Rahmen seiner Probleme kennen lernen muss. Oft reicht es bereits, Sicherheit in der Nutzung einer Tabellenkalkulation, von CAS (Computer-Algebra-Systeme) und DGS (Dynamisches Geometrie System) zu erreichen. Hierzu eignen sich viele numerischen Probleme des Standardunterrichts: Lösen linearer Gleichungssysteme, näherungsweise Lösen von Gleichungen mit einem Grad höher als 2 (u. U. ohne Rechner mit dem so genannten „gezielten Raten“ bereits auf dem Niveau der Jahrgangsstufe 5 zur Vorbereitung des späteren Unterrichts), Kreisrektifikation, näherungsweise Wurzelberechnungen u. v. m. sind zunächst immer noch ohne CAS durchzuführen. Analoges gilt für DGS-Programme. CAS- wie auch DGS-Rechner sollte man deshalb nur dann einführen, wenn damit Probleme gelöst werden, die ohne sie nicht händisch oder mit einfacheren Taschenrechnern bearbeitbar sind.

2.4.3 Wichtig ist zu zeigen, wie genau das jeweilige Ergebnis ist. Hier zeigt sich, dass Rechnerbenutzer, die erst nach ihrem 20sten Lebensjahr an solche Probleme herangeführt werden, sich solche Überlegungen nicht mehr zu eigen machen können. D. h. vorher, bereits auf dem Gymnasium, muss jeder Schülerin, jedem Schüler klar werden, wie wichtig Genauigkeitsuntersuchungen für auf dem Rechner gefundene Ergebnisse sind. Ein erster Schritt hierzu wäre die Erkenntnis, dass ein Ergebnis nicht genauer als die schlechteste Eingabe sein kann. Man muss aber schon in der Schule den jeweils benutzten Algorithmus des Rechners erkennen und hinsichtlich seiner rechnerinternen Genauigkeit auswerten können. In der Sekundarstufe II hat dies dann auch hinsichtlich des Konvergenzverhaltens zu geschehen. So entsteht Kritikfähigkeit dem Rechner gegenüber.

2.4.4 Nicht vergessen darf man, Schülerinnen und Schülern beizubringen, wie man bei numerischen Vorgängen auf dem Rechner durch Spezifikationen in Niederschriften (formale Beschreibung) sprachunabhängig dokumentiert.

## 2.5 Vektorrechnung in der Sekundarstufe I

Viele Bundesländer haben heute die einst praktizierte Vektorrechnung der Sekundarstufe I abgeschafft. Die mittlerweile entstandene Erfahrung in der Sekundarstufe II zeigt, dass es so nicht mehr möglich ist, einen früher erzielten Standard bei *allen* Schülern zu erreichen. Aus diesem Grund sollte erneut eine anschauliche Vektor-

rechnung in die Sekundarstufe I eingebaut werden, schon um zu zeigen, dass Kräfte zwar Eigenschaften eines Vektors aber auch andere haben.

2.5.1 Vektoren der Zeichenebene oder des Lebensraumes sind zunächst Verschiebungen, die durch eine Richtung und einen Betrag festgelegt sind. Hieraus ergibt sich eine bequeme Koordinatendarstellung.

2.5.2 Die zentrische Streckung führt zur skalaren Multiplikation.

2.5.3 Das Skalarprodukt ist adäquat dem Cosinussatz. Damit ist das Skalarprodukt Stoff, der im Bereich des Trigonometrieunterrichts vermittelt wird. Hiermit lassen sich dann auch die kennen gelernten Kegelschnitte in Vektorschreibweise erfassen.

Ob man schon in der Sekundarstufe I auf das Vektorprodukt und Determinanten zu sprechen kommt oder dies erst in der Sekundarstufe II Thema ist, kann zunächst offen bleiben. Jedenfalls sollten Determinanten, *wenn* sie unterrichtet werden, nicht nur aus Zahlen sondern auch aus Funktionen gebildet werden, um einschlägige Probleme in den ersten Vorlesungsstunden z. B. in der Technischen Mechanik zu vermeiden.

### 3. Defizite der Sekundarstufe II

Wie eine Sekundarstufe II gestaltet wird, hängt davon ab, was der Lehrplan der Sekundarstufe I für den Unterricht vorsieht. Zentrale Bedeutung des gymnasialen Oberstufenunterrichts hat die Analysis:

#### 3.1 Analysis

Im Kapitel 2 wurde über Zahlen, „Buchstabenrechnen“ und Geometrie geschrieben; der Begriff „Funktion“ taucht dort scheinbar nicht auf. Es wird in der vorliegenden Stellungnahme davon ausgegangen, dass z. B. im Zusammenhang mit der Einführung der Koordinaten ab Jahrgangsstufe 5 der Funktionsbegriff propädeutisch vorhanden ist, ohne genannt zu werden. Man kann ohnedies auf Schulniveau den Begriff Funktion nicht erklären, sondern sich nur auf den Standpunkt von HURWITZ stellen: Was eine Funktion ist, lernt ein Schüler allmählich, indem ihn ein Lehrer geeignete Funktionen kennen lernen lässt.

Man möge beachten, dass es sich bei den in 2.3.1 erwähnten Drehungen um Funktionen handelt.

Die erforderlichen Inhalte eines gymnasialen Analysisunterrichts, der durchaus im Sinne der Mathematik nicht endgültig und damit nicht vollständig sein muss und kann, zerfallen in drei Bereiche:

##### 3.1.1 Grenzwertbegriff – Reihen – Stetigkeit

Einige Bundesländer verzichten mittlerweile an ihren Gymnasien auf die Fundamentierung des zu lehrenden Grenzwertbegriffs, d. h. bleiben auf der Heuristik der Jahrgangsstufe 6 (vgl. 2.1) stehen. Hiermit wird der gesamte Analysisunterricht der Sekundarstufe haltlos und ist für die Anfangssemester der genannten Studienrichtungen z. B. in den Vorlesungen des Ingenieurwesens wie der Betriebs- und Volkswirtschaft *unbrauchbar*. Ein solches Verhalten führt zum Annullieren der Mathematik in der Sekundarstufe II.

Im Folgenden entstehen sämtliche Topics aus der Anschauung:

3.1.1.1 Anschließend an Vorerfahrungen wie die Dezimaldarstellung der Jahrgangsstufe 6, propädeutischen Grenzwertbetrachtungen, wie sie bei der Kreisrektifikation u. a. kennen gelernt worden sind, wird jetzt mit der  $\epsilon$ - $\delta$ -Überlegung aus der Anschauung heraus der Grenzwert mathematisch präzisiert und abstrakt gezeigt, dass sich Grenzwerte addieren (subtrahieren) und multiplizieren (dividieren) lassen. Man kann mit ihnen rechnen. Mathematisch gesehen braucht man hierzu Folgen.

3.1.1.2 Ingenieure erwarten vom Gymnasium auch die Untersuchung unendlicher Reihen, wie dies dort seit langem – abgesehen von der arithmetischen und geometrischen Reihe – nicht mehr geschieht. Ingenieurprofessoren sehen vor allem die große Zeitdifferenz zwischen dem Auftauchen doch recht komplizierter Reihen in ihren Anfängervorlesungen und dem Zeitpunkt, an dem erst die Vorlesung Höhere Mathematik das Grundsätzliche hierzu lehrt. Meines Erachtens könnte man diesen Wunsch dahingehend teilweise erfüllen, wenn man am Gym-

nasium exemplarisch die Reihen als spezielle Folgen stärker betonen würde. So erhält man schöne Anwendungen zur Theorie der Folgen, die nur wenig Unterrichtszeit kosten würden.

3.1.1.3 Manche Mathematik-Stoff-Didaktiker machen seit Jahren den Versuch *vor* der Stetigkeit die Differenzierbarkeit zu behandeln und verwirren damit, da zwar jede differenzierbare Funktion stetig ist, aber die Umkehrung falsch. In Ergänzung zur Kurvendiskussion der Sekundarstufe I werden jetzt die bereits kennen gelernten Funktionen einer Variablen hinsichtlich Stetigkeit untersucht und eigentlich festgestellt, dass alle bisher gelehrt Funktionen stetig sind. Das ist nicht ausreichend, wenn im Unterricht weiterhin Typen von unstetigen Funktionen fehlen.

### 3.1.2 Differenzialquotient

Auch hier ist der Lehrer bemüht, aus der Anschauung heraus zu argumentieren.

3.1.2.1 Man wird die Differenzierbarkeit einer Funktion mit dem Glattein des Kurvengraphen erklären und Tangenten berechnen. Natürlich dürfen nicht Beispiele von nicht differenzierbaren Funktionen fehlen. Auch sollten vorher bereits Kurvenscharen bekannt gemacht worden sein, so dass jetzt nicht nur nach der unabhängigen Veränderlichen, sondern auch nach dem Kurvenparameter  $a$  differenziert werden kann und die Schreibweise des partiellen Differenzierens  $\frac{\partial f(x,a)}{\partial a}$  eingeführt wird, um damit den Studenten der Anfangssemester (Ingenieurwesen, Betriebswirtschaft) das Leben zu erleichtern.

3.1.2.2 Selbstverständlich werden alle Regeln des Differenzierens bis hin zur Kettenregel gelehrt. Sicher ist es am Gymnasium nicht erforderlich diese Regeln für alle bereits gelehrt Funktionen *zu beweisen*.

3.1.2.3 Bei zweifacher Differenzierbarkeit wird der Zusammenhang mit der Krümmung erkannt. Man muss am Gymnasium nicht aus einer heuristischen Betrachtung die Formel des Krümmungsradius herleiten, doch sollte eine derartige Formel aus einer Formelsammlung genutzt werden können und interessante (nur ebene) Anwendungsbeispiele im Straßen- und Bahnbau gebracht werden.

3.1.2.4 Die Kurvendiskussion wird weiter – zunächst wie früher üblich – ausgebaut. Eigenartigerweise wird hier am Gymnasium seit langem nur noch eine Methode geübt, die fast ausschließlich von einer bereits bekannten Funktion ausgeht und deren Eigenarten analysiert. In der Anwenderpraxis spielt vor allem das umgekehrte Verfahren eine Rolle: Gegeben sind Eigenschaften aus einer Messung und jetzt wird die Frage gestellt, welche „möglichst einfache“ Funktion diese Eigenschaften hat.

3.1.2.5 Selbstverständlich werden Extremalaufgaben viel Unterrichtszeit in Anspruch nehmen, wengleich nochmals auf 2.1.5 und 2.3.7 hingewiesen wird, dass nicht jede Extremalaufgabe notwendigerweise mit Differenzialrechnung gelöst werden muss.

### 3.1.3 Integrale

Am Gymnasium lernt man das Integrieren. In den Tutorübungen zur Höheren Mathematik kann man sehr deutlich zwischen den Studenten, die dies auf dem Gymnasium gelernt haben und solchen, die hier nur einiges hören konnten, unterscheiden. Später lässt sich dies immer noch bei schon lange fertigen Ingenieuren beobachten: Umso weniger Erfahrung sie im Integrieren aus dem Gymnasium haben, desto rascher benutzen sie zum Lösen von Differenzialgleichungen die „Näherungslösungen des Rechners“, die gelegentlich keine Näherung bringen, und ärgern sich dann, wenn ein Mathematiker innerhalb weniger Minuten eine geschlossene Lösung ihres Problems hat.

3.1.3.1 Die Berechnung eines RIEMANNschen Integrals geschieht durch Flächenbetrachtungen mit einem Grenzwert. Letzterer aber kann auf sehr vielen Wegen berechnet werden. Dann erst spricht man von Integrierbarkeit einer Funktion, wenn alle diese Wege zum selben Wert führen. In welchen Fällen dies eintritt, lässt sich am Gymnasium nicht zeigen. D. h. das Gymnasium lehrt hier nichts Endgültiges, wengleich man nicht unterschätzen darf, wie wichtig die daraus entstehenden Rechenregeln sind, die man am Gymnasium lange üben muss.

3.1.3.2 Man stellt fest: Stetige Funktionen sind in ihrem Stetigkeitsbereich integrierbar.

3.1.3.3 Es gibt verschiedene Wege, zum RIEMANNschen Integral zu kommen. Betrachtet man nur Funktionen mit Stammfunktionen, so erweist sich die Integration als Umkehroperation der Differenziation. Doch Vorsicht: Man sollte dann schon wenigstens anhand von Beispielen darauf zu sprechen kommen, worin jetzt die Unterschiede

zwischen einer stetigen Funktion, einer integrierbaren Funktion und einer solchen mit Stammfunktion bestehen (siehe Mathematikinformation Nr. 48 FURDEK: Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung – und was in der Schule meist verschwiegen wird).

3.1.3.4 Gerade hinsichtlich der Anfangssemester z. B. im Ingenieurwesen sind so genannte uneigentliche Integrale wichtig.

3.1.3.5 Zu den Integrationsregeln gehört auch die partielle Integration. Auch sollten alle bisher kennen gelernten Funktionen integriert werden können.

3.1.3.6 Es bleibt unverständlich, weshalb das Gymnasium sich wehrt, Differenzialgleichungen zu schreiben, wenn es schon solche bei Wachstumsfunktionen  $y' = y$  und dem mathematischen und dem physikalischen Pendel im Physikunterricht löst. Auch könnte man so am Gymnasium Frust der Studenten in den Anfängervorlesungen in wenigen Minuten Unterrichtszeit abbauen.

## 3.2 Lineare Algebra, besser „Analytische Geometrie“

Der abstrakte Vektorraum ist in der heutigen Mathematik zentral. Das heißt aber nicht, dass man am Gymnasium darüber reden muss, bevor der Schüler geeignetes Übungsmaterial kennen gelernt hat. Wesentliche Beispiele hierzu stellt die Geometrie samt Vektorrechnung zur Verfügung. Je nachdem wie viel die Sekundarstufe I darin geleistet hat, wird der Oberstufenunterricht unterschiedlich ausfallen. Hier wird davon ausgegangen, dass 2.5 in der Sekundarstufe voll erreicht worden ist.

3.2.1 Da in der Sekundarstufe I Spiegelungen, Drehungen, zentrische Streckungen und Projektionen vorgekommen sind, gehört es sich, all dies in Koordinatengeometrie aufleben zu lassen. Anhand solcher Beispiele *kann* dann ja eine Matrizendarstellung derselben durchgeführt werden, wie dies einige Ingenieurprofessoren erwarten. Eine Durchsicht einiger Vorlesungsmanuskripte der Technischen Mechanik aber auch der Betriebswirtschaftslehre zeigen jedoch, dass die Matrizenrechnung *nicht unbedingt* Thema des Gymnasiums sein muss, weil in aller Regel die Vorlesung Lineare Algebra und die Vorlesung Höhere Mathematik nach 2 Monaten bereits so weit fortgeschritten sind, dass die Studenten hierüber vom Hochschulmathematiker für ihre Anfängervorlesungen „rechtzeitig“ in Kenntnis gesetzt worden sind.

3.2.2 Manche erwarten von der Analytischen Geometrie am Gymnasium den GAUSS-Algorithmus zum Lösen linearer Gleichungssysteme.

3.2.3 Wichtiger scheinen Berechnungen mittels Koordinatengeometrie und/oder Vektorrechnung an räumlichen Gegenständen zu sein: Winkel, Strecken, Flächen u. a. Hier ist am bestehenden Aufgabenmaterial der Sekundarstufe nur zu bemängeln, dass zu krampfhaft an linearen Gebilden berechnet wird, obwohl die gleichen Wege auch an nicht linear begrenzten Körpern zum Ziel führen.

3.2.4 Die Lehre von „Eigenwerten und Eigenvektoren“, wie dies einige Ingenieure am Gymnasium postulieren, halte ich für übertrieben. Es ist zwar wichtig zu zeigen, dass man durch Drehen und Verschieben jeden Kegelschnitt als Funktion 2. Grades mit zwei Veränderlichen auf eine Normgestalt bringen kann, wie man also z. B. aus der Gleichung einer im Koordinatensystem schief liegenden Ellipse ihre Hauptachsenform bekommt, welche Schreibkonsequenzen dies für die Matrizendarstellung der Kegelschnitte hat, geht aber eigentlich über die Zielsetzungen des Gymnasiums hinaus.

## 3.3 Stochastik

Setzt man 2.2 voraus, dann wünschen sich die Abnehmer von Abiturienten noch Folgendes:

- BERNOULLI-, Binomial- und Normalverteilung. Kontingenztafeln, Kenngrößen von Verteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung, Varianz), Übergangswahrscheinlichkeiten, stochastische Matrizen, Hypothesentests samt Fehler 1. und 2. Art.

Um solche Ziele erreichen zu können, muss Weiteres unterrichtet werden, auch um einen adäquaten Schwierigkeitsgrad in der Sekundarstufe II etwa bei den Beispielen zu erreichen:



Ereignisalgebra, bzw. wie sich diese bei relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten auswirkt.

- Bedingte Wahrscheinlichkeit, Formel von BAYES,
- abhängige und unabhängige Ereignisse,
- Zufallsgrößen,
- Ungleichung von BIENAYMÉ-TSCHEBYSCHOW,
- schwaches und starkes Gesetz der großen Zahlen, lokaler Grenzwertsatz von MOIVRE – LAPLACE,
- Konfidenzintervalle bzw. deren Näherung,
- zentraler Grenzwertsatz,
- POISSON-Näherung für die Binominalverteilung,
- verfälschter Test.

## 4. Kritik

Dem Verein ist natürlich bekannt, dass Obiges aus heutiger Sicht für die vorgesehene Unterrichtszeit zu viel ist, auch wenn fast alles um 1950 in Deutschland Lehrinhalt gewesen ist. Das liegt einmal daran, dass noch Mitte des vergangenen Jahrhunderts der Unterstufe des Gymnasiums oft 5 Stunden Mathematik und der Oberstufe 6 bis 8 Stunden wöchentlich bei 9 Gymnasialjahren zur Verfügung standen.

Es spielt aber auch eine Rolle, dass heute eine größere Population als 1950 ans Gymnasium strebt. So sehen sich Elternverbände und auch die Lehrerschaft genötigt, laufend insbesondere in Mathematik die Lerninhalte zu reduzieren. Was hierbei heute herauskommt, **reicht für die Mathematik anwendenden Studienrichtungen und adäquate Ausbildungsberufe nicht mehr**, um den Bedarf an Nachwuchskräften abzudecken.

Unsere derzeitige Gesellschaft würde 1/3 eines jeden Reifeprüfungsjahrgangs für solche Ausbildungsrichtungen mit steigender Tendenz benötigen. Hierbei darf man allerdings nicht die Grund- und Hauptschullehrer hinzurechnen wie dies seitens der Zentralstelle für die Vergabe von Studienplätzen (ZVS) des Bundes in Dortmund geschieht.

In der Tat beginnen im Bundesdurchschnitt etwa 1/3 der Reifeprüflinge eines Jahrgangs ein einschlägiges Studium, nur ist die Quote der Abbrecher (sei es durch nicht bestandene Prüfungen, sei es durch freiwilliges Ausscheiden) so hoch, dass je nach Standpunkt der Statistik nur 40% bis 60% dieser Studienanfänger zum Teil nach überlangen Studienzeiten ein Examen bestehen. Wobei insbesondere Letzteres die Anstellungschancen in der Privatwirtschaft gegen null gehen lässt.

Die Durchsicht von Vordiplomsarbeiten in Höherer Mathematik, technischer Mechanik und Betriebswirtschaftslehre zeigt deutlich, dass die hohe Abbrecherquote der Studenten *nicht* durch unverständene Vorlesungen verursacht wird, sondern allein durch **erhebliche Lücken in einem Stoff, den das Gymnasium vermitteln könnte bzw. früher vermittelt hat**. Das ist auch der Grund, dass sich nicht mehr Abiturienten für Mathematik anwendende Studienrichtungen interessieren, da ihnen bekannt ist, dass ihre gymnasialen Kenntnisse und Fähigkeiten für derartige Studienrichtungen nicht ausreichen.

In diesem Zusammenhang darf man in aller Regel keine Hochschulmathematiker etwa klassischer Universitäten befragen, da sie nur die Allerbesten im Mathematik- oder auch Physikstudium kennen lernen und so die Mängel der gymnasialen Ausbildung oft nur den Professoren *der Anwendungsbereiche* der Mathematik bekannt werden.

Die dargestellten Beobachtungen beziehen sich auf das gymnasiale Fach Mathematik. Ganz Ähnliches gilt für die schwindenden Deutschkenntnisse unserer Abiturienten. Auch sind i. Allg. die Englischkenntnisse für das sich bildende Europa nicht ausreichend. Es sollten doch zukünftig so viele Englischkenntnisse vorhanden sein, dass ein deutscher Abiturient z. B. sein Betriebswirtschaftsstudium in einem angelsächsischen Land beginnen kann und dann dort auch erfolgreich ist.

Auf Dauer führt der derzeitige Weg, Berechnungen und Konstruktionen in Schwellenländer auszulagern bzw. akademische Gastarbeiter vorübergehend nach Deutschland zu holen, zur Katastrophe am Arbeitsmarkt. Uns gehen durch den heutigen Mangel zukünftige Aufträge verloren, was dazu führen wird, dass noch mehr Industriebetriebe in die Schwellenländer ausweichen werden.

So ist es sehr erfreulich, dass heute fast alle Parteien erkannt haben, nur *mehr* Bildung führt unser Land auf Dauer aus der hohen Arbeitslosigkeit. Der Hebel muss also bei den Schulen, insbesondere bei den Gymnasien, angesetzt werden. Hierbei ist zu beachten, dass die Untersuchungen des Kölner „Instituts der deutschen Wirtschaft“ im Auftrag des BDA und BDI über die Güte der Schulkenntnisse von Auszubildenden unter Aspekten durchgeführt worden sind, die *nicht* auf Studienanfänger übertragen werden können.

Für die Zukunft sind bis jetzt nur drei Wege bekannt:

1. Man erhöht für die Klassen 5 mit 12 geringfügig die Stundenanzahl für Mathematik, lehrt alle die genannten Punkte und erreicht dies durch ein **rigoroses Auswahlverfahren**, d. h. erhöht die Anzahl der nicht bestehenden Schülerinnen und Schüler. Dieser Weg ist der sparsamste, da dadurch die Finanzen der Hochschulen durch kürzere Studienzeiten entlastet werden. Der Verein hält aber eine solche Initiative für nicht zeitgemäß und politisch nicht durchführbar, auch wenn ein sicher großer Teil der Gymnasiallehrer in Deutschland sie begrüßen würde (vgl. die Befragung des Vereins im September 2006 in Mathematikinformation Nr. 47).
2. Studienanfängern wird in Vorkursen (vermutlich 2 Jahre lang) all das beigebracht, was sie anschließend in den Anfängersemestern können müssen. Es wäre also nach angelsächsischem Vorbild ein **Kollegsystem** an den Hochschulen einzuführen. Dann aber ist es sinnlos, Jugendliche bis zu ihrem 18. Lebensjahr auf dem Gymnasium zu belassen. Die Reifeprüfung wird bedeutungslos. Seit 1970 tendieren deutsche Hochschulen zu diesem System. In den kommenden Jahren werden deshalb für nicht hervorragende Abiturienten Aufnahmeprüfungen an den Hochschulen immer häufiger werden.
3. Einen anderen Weg, der vor allem die allgemeine Hochschulreife beibehält, schlägt der Verein seit 10 Jahren vor: In allen Jahrgangsstufen (also ab Klasse 1) kann jede Schülerin/jeder Schüler in Mathematik, Deutsch und/oder Englisch einen wöchentlich zweistündigen **Ergänzungskurs** belegen, wobei bestehende Klassen in kleine Gruppen geteilt werden. Der Erfolg der besuchten Ergänzung wird im Jahreszeugnis dokumentiert. Die Ergänzungskurse können zu einer gewissen Anzahl Pflicht sein, müssen dies aber nicht. D. h. nur ein Teil der bestehenden Klassen kommt in den Ergänzungskurs, wenn er sich z. B. für Mathematik interessiert und in der Lage ist, ohne Probleme einen solchen Kurs zu besuchen. Ein gewisser Anteil der in den Kapiteln 2 und 3 dargestellten Topics werden in diesen Ergänzungskursen gelehrt, so dass für die übrige Klasse nur die Dinge bleiben, die man *allen* Jugendlichen ohne Probleme in den bisher vorgesehenen Stundenanzahlen lehren kann. Einige Bundesländer haben ja mit der Einführung so genannter Intensivierungsstunden hierzu einen ersten Schritt gewagt.

Die politisch zu stellende Weiche ist eine unumgängliche Entscheidung zwischen den genannten drei Vorschlägen. Die Wege 2 und 3 werden Kosten verursachen. Die Entscheidung, welche Inhalte zukünftig Thema des Kollegs bzw. der Ergänzungskurse sein werden, sollten die Politiker den Fachleuten des Landes überlassen; hierbei wäre es wünschenswert, den zukünftigen Lehrplanmachern seitens der Kultusministerien Unterlagen zukommen zu lassen, die die Erwartungen an Studenten der Anfangssemester aber auch Handwerksberufen deutlich werden lassen.

Es geht aber auch nicht an, dass sich weiterhin Politiker nicht entscheiden wollen, weil es angeblich im Moment nicht genug Lehrkräfte für gymnasiale Mathematik gibt. Die Politiker sollten sich – im Gegensatz zur jüngsten Vergangenheit – im Klaren sein, dass eine Umstellung nach 2. oder 3. nicht von heute auf morgen durchführbar sein wird, also Zeit hierzu erforderlich ist, die man nutzen könnte, um mehr Reifeprüflinge für den Lehrberuf zu interessieren.

## Literatur

Umfrage der Fakultätentage der Ingenieurwissenschaften und der Informatik (4ing) zu den Mathematik- und Physik-Kenntnissen von Studienanfängern vom 13. 3. 2007

### **Autor:**

Dr. Karlhorst Meyer

Kyffhäuserstraße 20

85579 Neubiberg

e-mail: [meyer@bfmathematik.info](mailto:meyer@bfmathematik.info)