Michael Spielmann

Origami im Mathematikunterricht[1]

Die japanische Papierfaltkunst ORIGAMI ist jedem schon einmal begegnet. Wir kennen kunstvolle Blumen und Tiergebilde, die aus einem Blatt Papier durch Falten und Knicken entstehen. Oft wird das gesamte Kunstwerk aus einem einzigen Blatt erstellt.

Im Folgenden wird das so genannte modulare Origami vorgestellt, bei dem Körper aus gleichartigen Modulen zusammengesetzt werden. Der Autor orientierte sich hierbei an DAVID MITCHELL [1].

Das **modulare Origami** ist wegen seiner etwas geringeren Komplexität besser für ungeübte Hände geeignet. Wenn eine ganze Klasse Module faltet, hat man sehr schnell genügend Bauteile, um den entsprechenden Körper zusammenzusetzen. Einige wenige Körper-Modelle regen dann zum weiteren Bauen an. Schüler haben zunehmend Probleme mit der räumlichen Vorstellung geometrischer Gebilde. PLATONische Körper aus Holz oder Kunststoff sind oft nicht zur Hand; geometrische Bausätze wie Zometool oder Polydron sind teuer. Wir wollen für den Mathematikunterricht Modelle PLATONischer Körper herstellen, die leicht zusammenzusetzen sind, ohne Kleber halten, auseinander genommen werden können, leicht transportierbar sind und wegen des geringen finanziellen Aufwandes in großer Zahl erstellt werden können. Und sie haben den Vorteil, dass man sie nach Bedarf beschriften kann.

Die PLATONischen **Standardkörper** Würfel, Tetraeder und Oktaeder sind nach den hier vorgestellten Mustern leicht nachzubauen. Ikosaeder und Dodekaeder sind wegen der großen Zahl an Modulen etwas komplizierter, leider auch nicht ganz so stabil. Aber auch **Skelettmodelle** (Spantenmodelle) von Oktaeder und Würfel sind lehrreich.

Ein Würfel mit eingedrückter Ecke (**Kolumbus-Würfel**) eignet sich zur Beschreibung von Lagebeziehungen verschiedener Ebenen; für höhere Klassen regt er zur zeichnerischen oder rechnerischen Bestimmung von Winkeln im Raume an.

Schiefe Pyramiden kann man zu größeren zusammenstellen. Das regt die geometrische Phantasie an.

Warum sollen Schüler Origami machen?

Sauberes Knicken und Falten sowie vorsichtiges Handhaben von glattem Papier verbessern die Feinmotorik. Das Herstellen eines Körpers ist ein kreatives Erlebnis. Schüler stellen gerne etwas her, was dann auch zu Unterrichtszwecken genutzt werden kann.

Beobachtungen und Hinweise:

Schülern einer Klasse 10 war nicht ohne weiteres klar, dass die Kanten eines Oktaeders im Winkel von 45° zur Zwischenebene stehen, dass also sich abwechselnd treffende Kanten orthogonal zueinander stehen. Jeder Schüler sollte jeden Körper mehrmals selbsttätig zusammensetzen.

Günstige Reihenfolge für den Unterricht:

Es empfiehlt sich die folgende Reihenfolge:

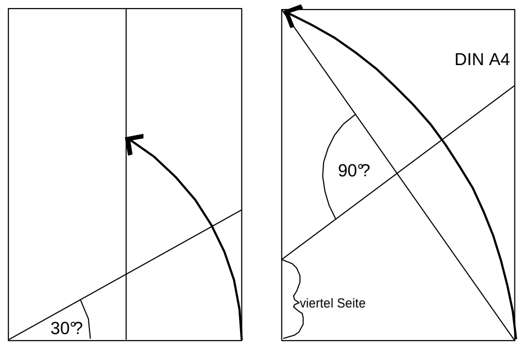
- Würfel, Würfel mit eingedrückter Ecke, Würfel-Turm, Würfel-Ring
- Tetraeder
- Oktaeder
- Skelett Oktaeder
- Ring aus Rhomben-Tetraedern

Einige Details:

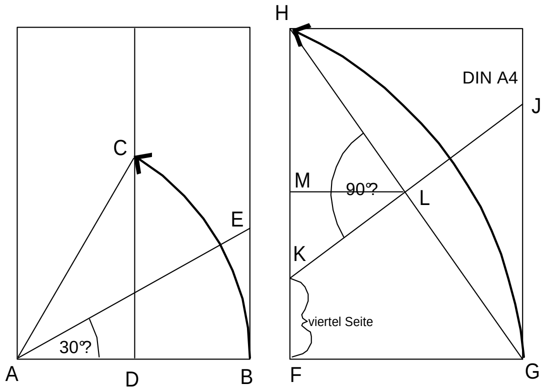
---

[1] Vortrag auf dem 7. Forum für Begabungsförderung an der Ludwig-Maximilians-Universität München vom 17. bis 19. März 2005.

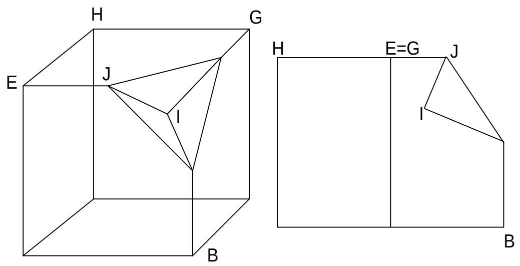
Aufgabe 1: Die Winkel entstehen durch Faltung.
a) Begründe die Winkelgröße.
b) Beweise, weshalb die eine Seite geviertelt worden ist.



Lösung:
a)
$\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$ (Spiegelung)
$\mathrm{CA} = \mathrm{CB}$ (C auf Symmetrieachse)
$\Rightarrow \Delta\mathrm{ABC}$ gleichseitig
b)
H Spiegelpunkt von G an KJ
$\Rightarrow \alpha = 90°$
M Seitenmitte;
ML Höhe in $\Delta\mathrm{HKL}$
$\Rightarrow \mathrm{ML}^2 = \mathrm{HM} \cdot \mathrm{MK}$
$\sqrt{2}\,\mathrm{ML} = \mathrm{HM}$ (DIN – Format)
$\Rightarrow \mathrm{ML}^2 = \frac{1}{2}\mathrm{HM}$
$\Rightarrow \mathrm{MK} = \frac{1}{2}\mathrm{HM} \Rightarrow \mathrm{KF} = \frac{1}{4}\mathrm{HF}$



Aufgabe 2 (KOLUMBUS-Würfel): In welchem Winkel stehen die nach innen gewandten Ecken zu den Seitenflächen?
Die Aufgabe kann zeichnerisch (Klasse 7) und rechnerisch (Klasse 10) gelöst werden.

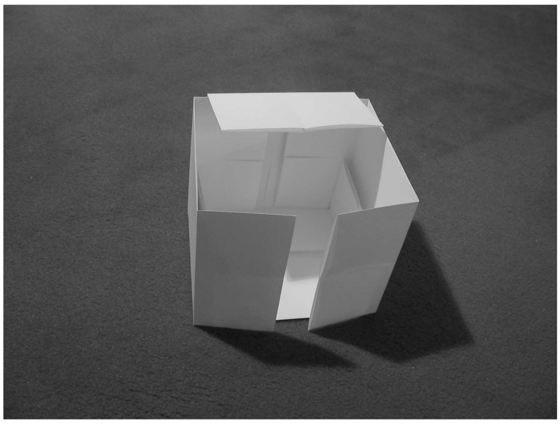


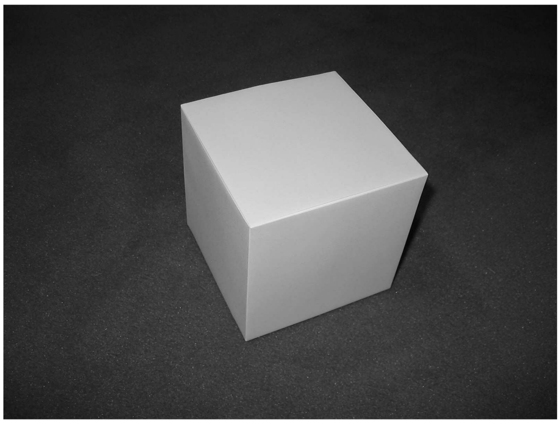
Man kann mehrere Kolumbuswürfel stapeln. Noch schöner ist die Zusammenstellung zu einem Ring.

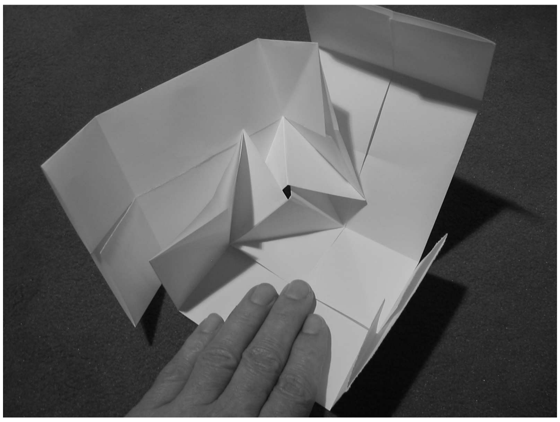
Aufgabe 3: Passen die 5 Würfel exakt zu einem Ring zusammen?

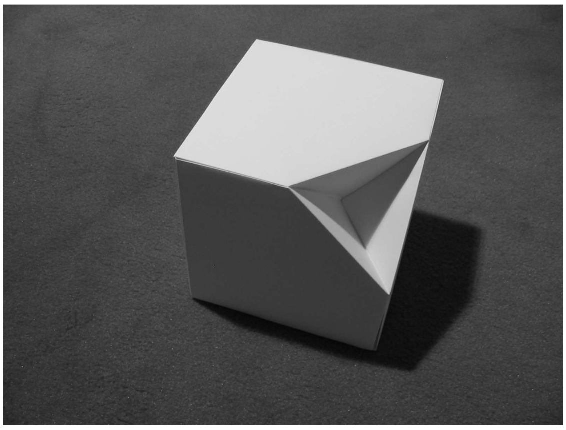
Das Eindrücken aller 8 Ecken führt zu einem Kuboktaeder.

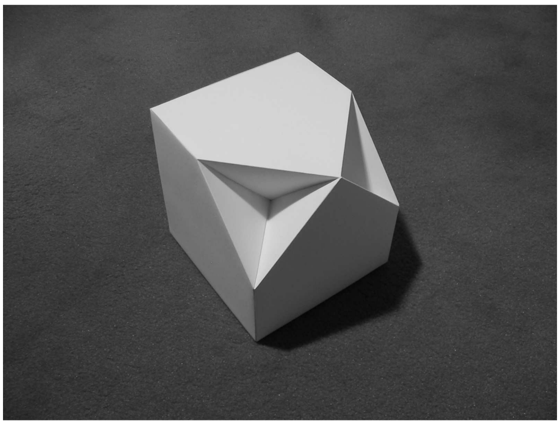
Es werden im Folgenden mit einigen Bildern Beispiele für die Faltvorgänge dokumentiert:

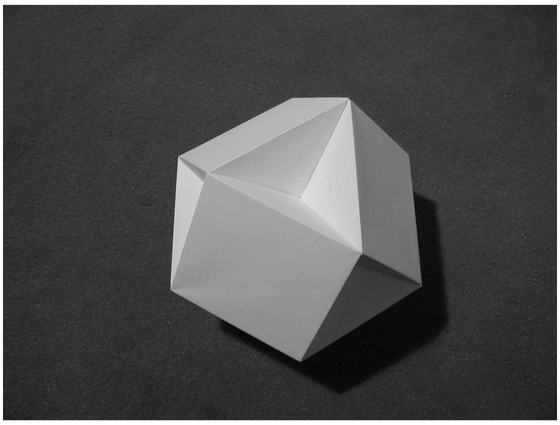












Literatur:

Mitchell, David [1]:   Mathematical Origami, Tarquin Publications Cambridge 2003

Anschrift des Autors

Michael Spielmann
Wolfgangstraße 14
42655 Solingen