Claudia Böttinger

Adam Ries und das „Rechnen auf den Linien“ – Ein Thema zur Förderung mathematisch interessierter Zweitklässler

Im „Mathetreff“ der Universität Münster werden Grundschulkinder außerschulisch gefördert. Dabei gibt es eine spezielle Gruppe für Erst- und Zweitklässler. Gerade die kleinen Kinder haben noch ein sehr eingeschränktes Mathematikbild. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da gerade im Anfangsunterricht der Schwerpunkt auf dem Erwerb arithmetischer Fähigkeiten liegt. Das führt durchaus zu Irritationen, will man Begabtenförderung betreiben. Diesen kann man aber durchaus konstruktiv begegnen, was im folgenden Beitrag näher erläutert werden soll. Am Beispiel des Linienrechnens wird auch die konkrete Umsetzung deutlich.

1. Erwartungen der Kinder versus unsere Vorstellungen

Bereits nach dem ersten Durchgang des „Mathetreffs“ zeigte sich, dass die Kinder sich z.T. wunderten über das, was wir in dem Kurs machen. Das war für uns Anlass, bei den Kindern nachzufragen. Viele haben nichts geantwortet, die Antworten, die wir bekamen, waren in der Regel:

- Rechnen vieler und schwerer Aufgaben, um die Wette rechnen, möglichst viele Aufgaben in gegebener Zeit rechnen
- Einige Kinder wollten neue Zahlen kennen lernen, besonders hoch im Kurs waren negative Zahlen, in seltenen Fällen auch Brüche
- Neue Rechenoperationen wie Malnehmen (bei den Erstklässlern), Wurzelziehen, „Hochrechnen“ (Potenzieren) traten ebenfalls auf der Wunschliste auf.
- Insgesamt bestand der Wunsch mit großen Zahlen zu rechnen. Die Million war sehr gefragt.

Wir haben dann noch einmal präzisiert, was wir eigentlich wollten:

- Das oberste Ziel war, Zusammenhänge zu entdecken, regelmäßiges Wiederholen von Routineaufgaben sollte unter allen Umständen vermieden werden. Bei KIEẞWETTER [1] ist die Leitidee sogar „Mathematik ist Theoriebildung“, für Erst- und Zweitklässler ist dieses Mathematikbild vielleicht noch etwas gewagt.
- Wir wollten gezielt daran arbeiten, das Mathematikbild der Kinder zu erweitern, indem wir Themen aus ganz unterschiedlichen mathematischen Disziplinen gestellt haben (Geometrie, Topologie, Statistik etc.). Damit verbunden war auch die Absicht, den unterschiedlichen Ausprägungen mathematischer Begabung – die es auch im Grundschulalter schon gibt (vgl. KÄPNICK, [1]) – entgegen zu kommen.
- Unter keinen Umständen sollte der Schulstoff gezielt vorweg genommen werden.

Fazit: Die Erwartungen waren völlig konträr zueinander, es bestand dringender Handlungsbedarf.

2. Umgang mit den unterschiedlichen Erwartungen

Im Folgenden soll kurz darauf eingehen werden, was alles unternommen wurde, um die unterschiedlichen Vorstellungen einander näher zu bringen
Dies sind im Wesentlichen 4 Maßnahmen:

1. Als einfachste Maßnahme wurde den Kindern zu Beginn erklärt, was wir machen und was nicht. Insbesondere wurde darauf eingegangen, dass Rechnen zwar vorkommt, aber nicht im Mittelpunkt steht.
2. Wir haben eine Figur eingeführt, die uns durch einen Kurs begleitete: „Plumi“, der Rechenbär. Es handelt sich dabei um einen großen Stoffbären, dem wir die gleichen Eigenschaften zugeschrieben haben, wie wir sie bei den Kindern beobachtet haben: Für ihn ist Mathematik im Wesentlichen gleichzusetzen mit Rechnen und er rechnet viel und gerne. Im Laufe des Kurses lernte er zusammen mit den Kindern, welche As-

pekte die Mathematik noch bietet. Er sollte eine Identifikationsfigur für die Kinder werden.

Abb. 1: Skizze von Plumi

3. Es gab immer eine Einführungsgeschichte mit Plumi, mit der ins Thema eingeführt wurde. Es war uns sehr wichtig, dass neben der Mathematik auch noch andere Elemente eingefügt wurden, über die die Kinder sprechen konnten. Der Hirnforscher SPITZER [1] vergleicht Geschichten mit einem guten Essen: Der Geist benötigt nicht nur Nahrung (Fakten) sondern eine ausgewogene Mahlzeit (Geschichten). Die Geschichten fesseln und regen zum Nachdenken an. Die Fakten werden in einen sinnvollen Kontext eingeordnet und bieten einen Erklärungshorizont.
4. Und zu guter Letzt sind wir auf einzelne Kinderwünsche eingegangen, so gab es in jedem Durchgang mindestens ein Thema, bei dem die Möglichkeit bestand, mit ganz großen Zahlen zu rechnen, dabei handelte es sich meistens um die sogenannten operativen Übungen (vgl. WITTMANN / MÜLLER [1]).

Am folgenden Beispiel – dem Rechnen auf den Linien – soll die Umsetzung beispielhaft erläutert werden. Es wurde durchgeführt im ersten Schulhalbjahr, d. h. die Zweitklässler konnten in der Regel nicht multiplizieren, Erstklässler hatten wir ganz wenige.

3. Adam Ries und die „Rechnung auf der Linihen“

Vorläufer des Rechnens auf den Linien ist das Rechnen mit dem Abakus, der schon bei den Römern verbreitet war. Eine lückenlose Entwicklungsgeschichte bis hin zur sogen. „russischen Rechenmaschine“ kann man nachlesen bei MENNINGER [1]. In West- und Mitteleuropa gewann das Linienrechnen im Mittelalter große Popularität, in einer Zeit, in der die überwiegende Mehrzahl der Menschen nicht lesen und schreiben konnte, die wenigsten mit Schreibgerät (Feder, Tinte, Papier) umgehen konnten, Papier als Schreibmaterial sehr teuer war und nur in Ausnahmefällen an regelmäßigen, langjährigen Schulunterricht zu denken war (vgl. WUSSING [1]). Obwohl das Zehnersystem Grundlage ist, wurde zunächst mit den römischen Zahlen gearbeitet.

Durch Zunahme des Handels im 15. Jh. gewannen sichere Fähigkeiten im Rechnen an Bedeutung, es wurden zunehmend Rechenmeister benötigt, um Berechnungen durchzuführen und um Kaufleuten, Handwerkern und Beamten diese Techniken zu vermitteln. Nach WUSSING spricht es für das hohe allgemeine Interesse an Arithmetik und Geometrie, dass Rechenbücher – neben der Bibel und aktuellen Flugschriften politischen oder religiösen Inhaltes – zu den frühen Druckerzeugnissen gehören.

Auch ADAM RIES (wie er sich selbst bezeichnet hat – und nicht etwa „Riese“, vgl. ROCH [1]) war Rechenmeister. Um ihn ranken sich viele Legenden; im allgemeinen Bewusstsein vieler Generationen galt er als der Erfinder der Rechenkunst allgemein, was aber nicht richtig ist. Auch heute noch erscheinen Geschichten von ADAM RIES auf dem Markt, so z. B. die Erzählung von MEHNERT [1], die die Annaberger Zeit zum Thema hat.

Die wichtigsten Daten im Überblick

1492 * in Staffelstein (Franken)
1509 Lehrjahre in Zwickau, Rechenschule in Erfurt
1518 „Rechnung auff der Linihen“
1522 „Rechenung auf der linihen und federn“
1522/23 Übersiedlung nach Annaberg, Eröffnung einer Rechenschule und Übernahme von Tätigkeiten in der öffentlichen Verwaltung
1550 „Rechenung nach der Lenge auf den Linien und Feder“
1559 † in Annaberg

ADAM RIES wurde 1492 in Staffelstein am Main (Nähe Bamberg) geboren. Nach einigen Jahren erst in Zwickau dann in Erfurt (wo er wohl auch schon eine Rechenschule führte) siedelte er 1522 nach Annaberg im Erzgebirge, weil die Silbererzgewinnung einen größeren Bedarf an Rechenmeistern versprach. Dort unterhielt er eine Rechenschule und übernahm eine Reihe von öffentlichen Aufgaben in der Verwaltung der Stadt St. Annaberg und im Land Sachsen bis zum sächsischen Hofarithmeticus und Geomatra unter Kurfürst Moritz von Sachsen (siehe z. B. ROCH [1]). Interessante Details aus dieser Zeit (einzelne politische Bewertungen verraten allerdings das Erscheinen in der ehemaligen DDR) kann man bei SCHELLHAS [1] nachlesen. In dieser Schrift finden sich auch ein Faksimile der Silber- und Kupferzehntrechnung von ADAM RIES aus dem Jahr 1538 sowie die Transkription in unsere Schrift und die entsprechende Auswertung.

Die besondere Leistung von ADAM RIES bestand darin, dass er Lehrbücher in deutscher Sprache geschrieben hat, in denen Verfahren zum praktischen Umgang mit großen Zahlen und zu Lösungen von Problemen des täglichen Lebens beschrieben sind. Während sich das erste Lehrbuch „Rechnung auff der Linihen“ (geschrieben 1518) noch ausschließlich mit dem Rechnen auf den Linien beschäftigte, wird in dem zweiten „Rechnung auff der Linihen und Federn“ (Erstauflage erschienen 1522) auch das Ziffernrechnen eingeführt. Es ist das Verdienst der Rechenmeister, für eine Popularisierung des Ziffernrechnens gesorgt zu haben. Gerade das zweite Buch ist vielfach in leicht geänderten Auflagen nachgedruckt worden. FRITZ und HILDEGARD DEUBNER (zitiert nach WUSSING) haben 108 Auflagen nachweisen können, die letzte bekannte erschien 1656 in Frankfurt/Oder. Nachdrucke dieser Bücher sind immer noch erhältlich, z. B. Verlag TH. SCHÄFER (1992). WUSSING führt den Erfolg dieses Rechenbuchs – das in Konkurrenz zu vielen anderen Rechenbüchern stand – wesentlich darauf zurück, dass Ries beide Rechenarten als methodische Einheit betrachtete. Er sah darin eine Art Stufenfolge zur Aneignung sicheren Rechnens. In diesem Sinne kann man das Rechnen auf den Linien problemlos in die Geschichte der Veranschaulichungsmittel einreihen.

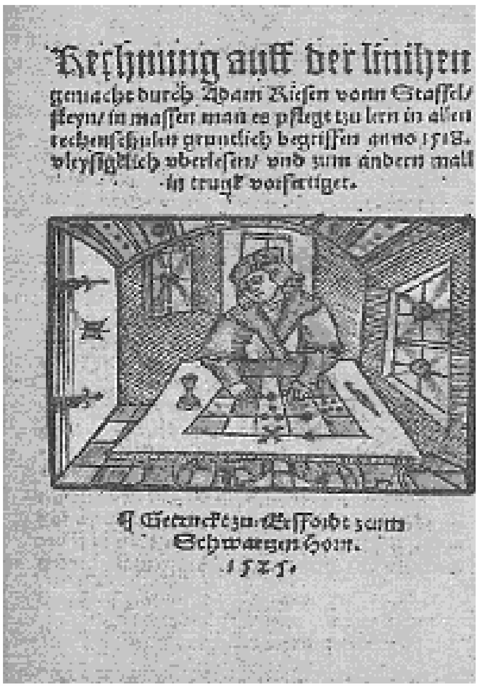


Abb. 2: Deckblatt des ersten Rechenbuchs von A. RIES

Das dritte Rechenbuch „Rechnung nach der Lenge auff den Linihen und Feder“ auch kurz „Practica“ genannt, beinhaltete zusätzlich das Rechnen mit Vorteilen, wie es besonders die Italiener ausgebildet hatten. Die einzelnen Rechenarten wurden ausführlich und gründlich behandelt, daher heißt es im Titel „...nach der lenge“ (vgl. ROCH) . Auf dem Umschlag befindet sich das einzige bekannte Bild von ADAM RIES.

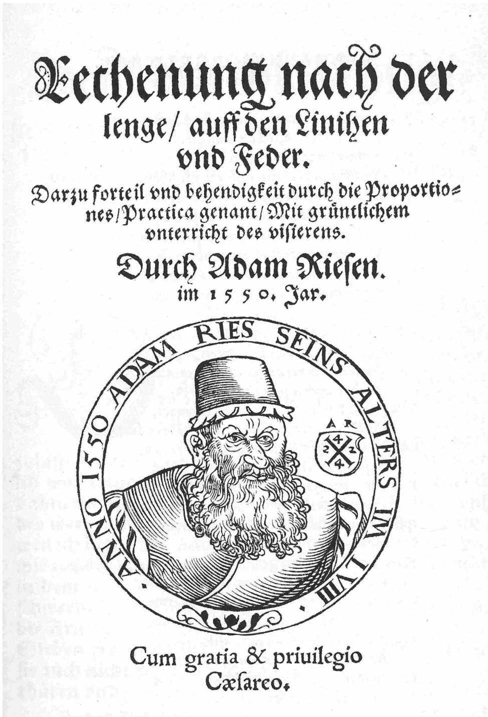


Abb. 3: Deckblatt des 3. Rechenbuchs von A. RIES

Die Worte „Nach Adam Riese ergibt sich...“ erlangten sprichwörtliche Bedeutung und werden (so W. ROCH) „in allen Teilen Deutschlands und Österreichs ... zur Bekräftigung der Richtigkeit einer Rechnung verwendet“. Es bezieht sich auf das Rechnen mit Ziffern, das sich im 16. Jh. (nicht zuletzt durch die Rechenbücher von ADAM RIES) allmählich durchsetzte.

Da das Rechnen mit Ziffern sich durchgesetzt hat (und gängiger Schulstoff ist) haben wir uns im „Mathetreff“ mit dem Rechnen auf den Linien beschäftigt – und zwar in ganz elementarer Form.

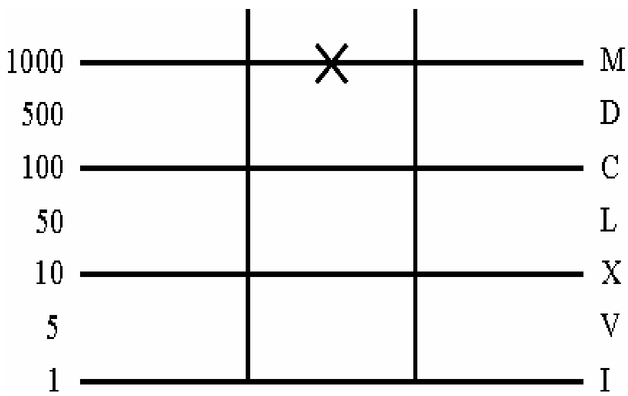


Abb. 4: Rechenbrett

Grundlage für das Rechnen auf den Linien ist ein derartiges Rechenbrett, manchmal auch in Form eines Rechentisches, es gibt auch geringere Spaltenzahlen. Die Linien haben eine Wertigkeit von 1, 10, 100 etc., die Tausenderlinie wurde mit einem Kreuz gekennzeichnet, um Verwechslungen vorzubeugen. Die Notation der beiden Ziffernschreibweisen ist historisch nicht richtig, sondern ein Zugeständnis an die Kenntnisse der Kinder. Die Zahlen werden mit Hilfe von Rechenpfennigen dargestellt. Der Übersichtlichkeit halber wurden je 5 Pfennige auf einer Linie umgebündelt zu einem “Fünfer”, der in den Zwischenraum (spacio) gelegt wurde. Außerdem erhält man auf diese Weise die Beziehung zu den römischen Zahlzeichen, die zu der Zeit noch verbreitet waren. Die verschiedenen Spalten dienten dazu, um die verschiedenen Maßeinheiten darzustellen (z. B. Pfund – Lot – Quent), was insbesondere dann von Wichtigkeit ist, wenn keine Zehnerbündelung zu Grunde liegt.

Beispiel: Die Zahl 276 hat die folgende Darstellung

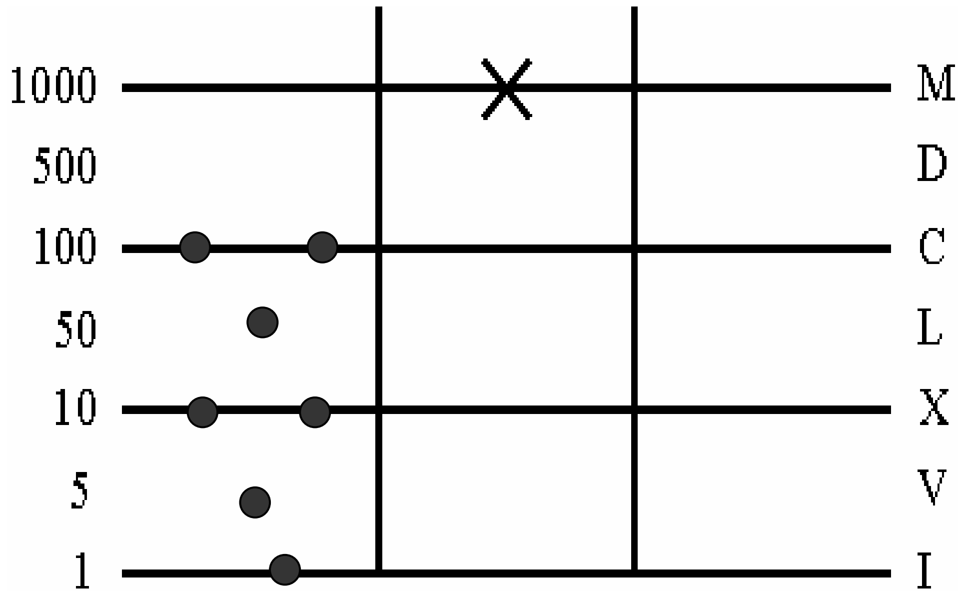


Abb. 5: Darstellung der Zahl 276

Kleine Randbemerkung: Der Rechenrahmen, der in der Montessori-Schulen Verwendung findet, beruht auf dem selben Prinzip, allerdings fehlt die Fünferbündelung. Ein äußerlich ähnlich aufgebautes Veranschaulichungsmittel (10 Stäbe mit je 10 Perlen) wird auch in den übrigen Schulen verwendet, allerdings mit einer anderen Deutung: die Perlen werden einzeln gezählt, die Gewichtung der Stäbe fehlt (z. B. MÜLLER U. WITTMANN)

4. Umsetzung des Themas für die Kinder

Als Geschichte war für die Kinder ein kleines Stück vorbereitet. ADAM RIES war mit einer Zeitmaschine in unserer Zeit gelandet; er hatte ein großes Brett unter dem Arm und einen kleinen Beutel mit Münzen dabei. Seine erste Begegnung war die mit Plumi. Es entwickelte sich ein kleiner improvisierter Dialog zwischen Plumi und ADAM RIES, in dem geklärt wurde, dass das Rechenbrett früher die Funktion eines Taschenrechners hatte. Während auf einem Taschenrechner die Zahlen ziffernweise eingetippt werden, erklärte „Adam Ries“ dann, wie Zahlen auf dem Rechenbrett dargestellt wurden. Außerdem wurden die historischen Details eingebaut, die oben erwähnt wurden.

Eine derartige Einführung muss selbstverständlich an die Klassensituation angepasst werden schon allein aus dem Grunde, weil nicht immer eine Leitfigur wie „Plumi“ vorhanden ist.

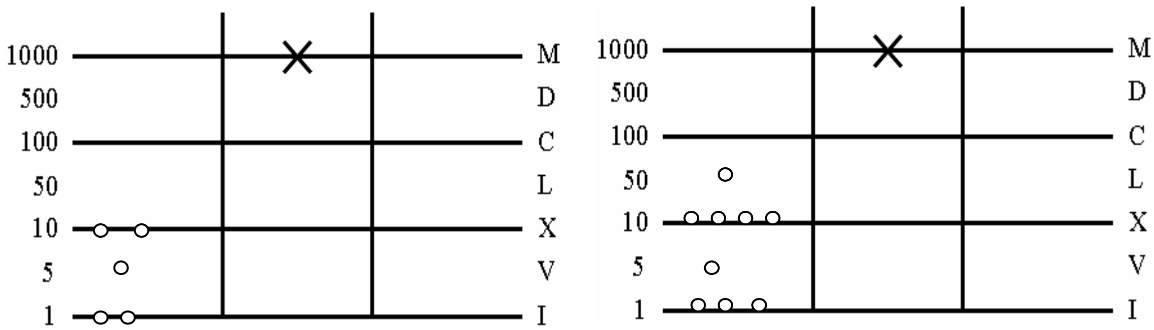
In dieser Phase wurden zwei Regeln zur Darstellung von Zahlen festgehalten:
1.) Auf den Linien dürfen höchstens 4 Rechenpfennige liegen
2.) Zwischen den Linien darf höchstens ein Rechenpfennig liegen
Die Aufgabe der Kinder bestand dann darin selbst herauszufinden, wie man mit dem Rechenbrett wohl rechnen könnte. Dabei kam es uns nicht auf historische Exaktheit an, wohl aber auf richtige Verfahren. Dazu bekam jedes Kind ein derartiges Rechenbrett auf Papier (Größe DIN A4, s. o.) sowie einige Plättchen

Abb. 6: Adam Ries kommt mit der Zeitmaschine und trifft Plumi

.

5. Aufgabenstellungen

Aufgaben zur Zahldarstellung:
a) Stelle die folgenden Zahlen auf deinem Rechenbrett dar: 9, 54, 98
b) Stelle eine möglichst große Zahl auf deinem Rechenbrett dar und male sie auf
c) Welche Zahlen sind dargestellt?



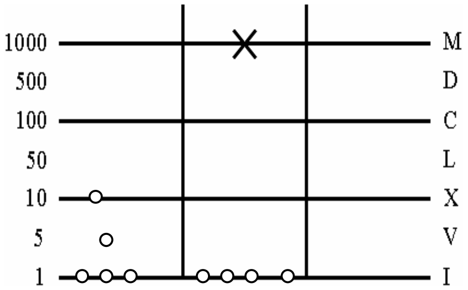
d) Lege Zahlen für deinen Nachbarn!

Aufgaben zum Rechnen:

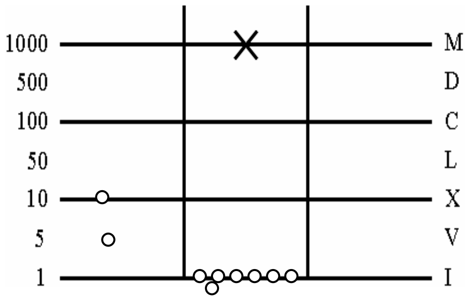
Überlege, wie man folgende Aufgaben ***mit Hilfe des Rechenbretts*** lösen könnte
e) 18+4, 59+35, 26+48
f) 58-15, 63-15
g) 28+□=92

Für Experten:
h) 15+28+44, 49+13+38, 253+63, 414+177
i) 98-24-55, 324-125, 702-15
j) Denke dir selbst Aufgaben aus und rechne sie auf dem Rechenbrett

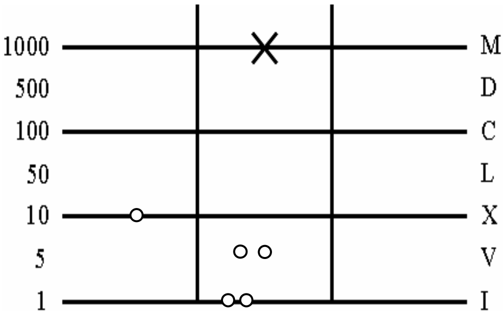
Da wir mit mathematisch interessierten Kindern gearbeitet haben, sind wir nicht gezielt kleinschrittig vorgegangen. Ein gestuftes Üben „von Leicht nach Schwer" wird zumindest für den Primarbereich nicht mehr empfohlen (vgl. z. B. MÜLLER u. WITTMANN).
Am Beispiel der Aufgaben 18 + 4 und 22 – 4 soll exemplarisch gezeigt werden, wie man die Aufgaben lösen könnte. Selbstverständlich sind mehrere Lösungswege denkbar und richtig:



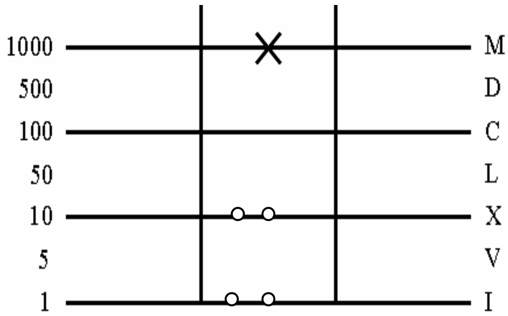
1. Schritt



2. Schritt

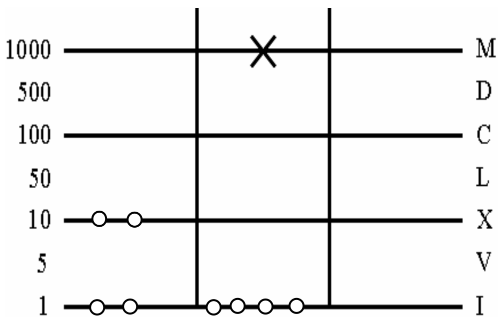


3. Schritt

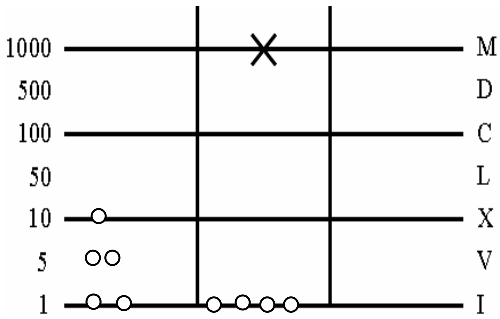


4. Schritt, Ergebnis

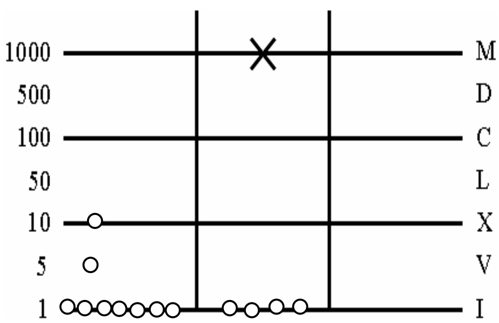
Abb. 7: 18 + 4 in Einzelschritten



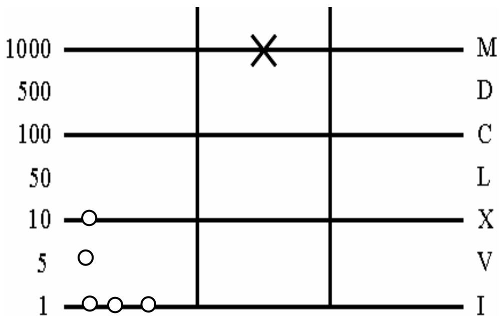
1. Schritt: Darstellung der Aufgabe



2. Schritt: Auflösen des Zehners



3. Schritt: Fünfer auflösen



4. Schritt: Minuenden verringern

Abb. 8: 22 - 4 in Einzelschritten

6. Beziehung zur Begabtenförderung

Durch den historischen Hintergrund sollte das Thema nicht nur aus mathematischer Sicht interessant werden. Gerade begabte Kinder sind häufig vielseitig interessiert, was man in der gängigen Literatur zur (Hoch-) Begabung nachlesen kann. Auch KÄPNICK [2] empfiehlt, gelegentlich Geschichten von berühmten Mathematikern in die Förderkurse einzubauen.

Viel entscheidender ist aber die Bedeutung aus Sicht der mathematischen Begabung. KIEßWETTER [1] hat immer wieder den Wechsel der Repräsentationsebene als Zeichen besonderer mathematischer Denkleistung herausgestellt, was insbesondere für Grundschulkinder auch weiterhin Gültigkeit hat, KÄPNICK [1]. Bei dem vorgestellten Thema hat man es mit zwei klassischen Darstellungen von Zahlen zu tun: symbolisch und enaktiv bzw. ikonisch – zentrales Thema beim Mathematiklernen. Die Kinder, die den Mathetreff besuchten, waren in der Regel nicht damit vertraut, mit Veranschaulichungsmaterialien zu arbeiten, weil sie rechnen konnten und daher diese Art Hilfsmittel nicht verwendeten. Das Umkehren von Prozessen bzw. Gedankengängen ist ebenfalls ein Merkmal math. Begabung sowohl bei KIEßWETTER [1] als auch bei KÄPNICK [1]. Dies wird bei der Subtraktion mit Zehner- bzw. Fünferübergang erforderlich.

Bei diesem Thema besteht darüber hinaus die Möglichkeit, mit großen Zahlen zu arbeiten, was den Wünschen der Kinder entgegen kommen sollte. Dies wurde oben bereits thematisiert.

7. Reaktionen der Kinder

Die Kinder haben die Geschichte mit der Zeitmaschine gut aufgenommen, sie haben z. B. nachgefragt, warum ADAM RIES Frauenschuhe an habe, was zeigt, dass sie sich mit der Situation beschäftigt haben – nicht immer im erwarteten Sinn!

Insgesamt war das Thema für die meisten Kinder interessant und durchaus angemessen, einige Kinder haben ausgesprochen gerne „auf den Linien gerechnet“. Viele Kinder waren davon beeindruckt, wie mühsam das Rechnen ohne Taschenrechner sein kann. Die ist ein Zeichen dafür, dass die Kinder sich gut in die historische Situation hinein versetzen konnten.

Trotzdem sollten auftretende Probleme nicht unerwähnt bleiben. Manche Kinder hatten Schwierigkeiten einzusehen, warum sie Aufgaben, die sie im Kopf lösen konnten, denn jetzt so kompliziert rechnen mussten. Diese Kinder konnte man mit Aufgaben überzeugen, in denen besonders große Zahlen vorkamen. Sie sahen ein, dass in Zeiten ohne Taschenrechner das Rechenbrett eine zweckmäßige Alternative darstellte.

Schwieriger waren die Probleme der Mädchen und Jungen, die mit dem Linienrechnen nichts anfangen konnten. Dieses Phänomen ist bekannt, da Veranschaulichungsmittel aktiv gedeutet werden müssen und nicht selbstredend sind. Empirische Studien zeigen immer wieder, dass es Schüler gibt, die nichts mit Veranschaulichungsmaterialien anfangen können, obwohl sie sonst gute arithmetischen Fähigkeiten zeigen, dies ist auch nicht immer nur auf ein Veranschaulichungsmittel beschränkt. Im regulären Unterricht fallen die Kinder nicht auf, weil sie problemlos das Rechnen erlernen. (Die Frage nach dem Weg ist nicht klar.)Wir haben uns in der Stunde damit geholfen, dass die Kinder die Aufgaben im Kopf ausrechnen sollten. Außerdem standen für derartige Situationen Aufgaben aus unserer „Knobelkiste“ bereit.

Nun zu den Aufgaben im Einzelnen:
Alle Kinder haben verstanden, wie Zahlen auf dem Rechenbrett gelegt werden sollten, vereinzelt traten Schwierigkeiten bei großen Zahlen auf, was nicht verwunderlich ist, da in der Schule gerade der Hunderterraum eingeführt worden war. Bei der Darstellung der größten Zahl richteten sich die meisten Kinder nach dem Rechenbrett: 4999, Erweiterungen waren möglich, wie das folgende Beispiel zeigt:

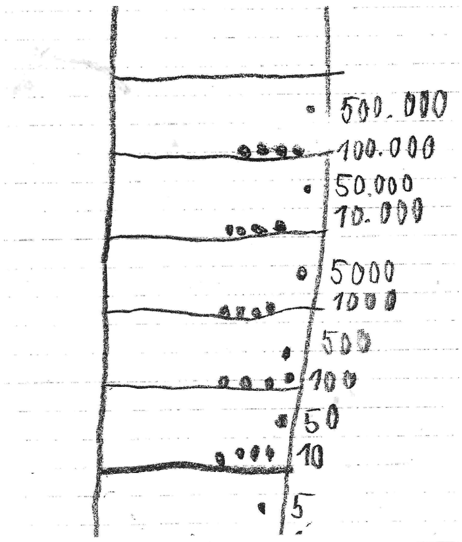


Abb. 9: Meine größte Zahl

Bei der Addition haben die Kinder beide Summanden in zwei Spalten (Bancire) gelegt und alles in die dritte Spalte zusammen geschoben (nach MENNINGER ist dieses Verfahren historisch nicht ganz richtig, es wurde aber wohl durch die betreuenden Studenten gesteuert, die eine sehr interessante Internetseite hinzu gezogen hatten (http:(//www.informatik.uni-hamburg.de/bib/archiv/aus_moeller/Tafel02.html). Erst dann wurde umgebündelt. Dieses Umbündeln in größere Einheiten war eher unproblematisch. Das von den Kinder verwendete Verfahren entspricht der Vorgehensweise „Zehner extra, Einer extra" in heutiger Sprechweise, (vgl. z. B. WITTMANN / MÜLLER). Denkbar wäre auch gewesen, nach jedem einzelnen Schritt umzubündeln, das entspricht der schrittweisen Addition. Aufgaben mit drei Summanden wurden auf zwei verschiedene Arten gelöst: Einige Kinder haben ihr Rechenbrett um eine Spalte erweitert, einige haben erst die ersten beiden Summanden addiert, dann den dritten aufaddiert.

Interessant waren die Vorgehensweisen bei der Subtraktion. Meistens haben die Kinder eine Art Mischstrategie angewendet. Sie haben Minuend und Subtrahend gelegt und zunächst beide um die gleiche Anzahl Plättchen pro Reihe oder Zwischenraum reduziert, und zwar so lange wie möglich, erst dann wurde ein Plättchen einer Zeile in zwei „Fünfer" umgewandelt oder ein „Fünfer" in fünf „Einer". An dieser Stelle muss der Bündelungsvorgang, der bei der Addition erforderlich ist, umgekehrt werden. Im weitesten Sinne ist diese Strategie von der Form „Zehner extra, Einer extra". Das haben nicht mehr alle Kinder heraus bekommen, sodass die Aufgabe an dieser Stelle Differenzierungspotential bietet. Insbesondere Aufgaben der Form 702 - 15 bieten hier große Schwierigkeitsgrade. (Probieren Sie bitte selbst aus!) Die Ergänzungsaufgabe wurde von unseren Kindern nicht gelöst, d. h. diese Aufgabe ist sicherlich eher für ältere Kinder geeignet.

Unser Fazit war, dass das Thema „Rechnen auf den Linien" für die meisten Kinder interessant war. Die Aufgaben boten Differenzierungspotenzial und waren angemessen. Die Geschichte mit Adam Ries und der Zeitmaschine haben die Kinder gut aufgenommen

Auch die Eltern, die ihre Kinder abholten, waren sehr interessiert, als sie hörten „Wir haben heute wie Adam Riese gerechnet".

8. Ausblicke für höhere Klassen (auch 5. und 6. Klasse)

Eine im Mittelalter (und beginnenden Neuzeit) verbreitete Rechenart war das Verdoppeln und Halbieren, was mit dem Rechenbrett offensichtlich leicht durchführbar ist. Beim Verdoppeln wird die Zahl der Plättchen pro Linie/Zwischenraum verdoppelt und anschließend wird „eleviert", d. h. aus zwei Fünfern wird ein Zehner gemacht und aus 5 Einern ein Fünfer. Beim Halbieren wird die Zahl der Plättchen auf einer Linie bzw. in einem Zwischenraum halbiert (soweit möglich), die übrigen werden „resolviert", d. h. in die nächstniedrigere Einheit umgewandelt.

Daraus resultiert eine volkstümliche und weit verbreitete Form der Multiplikation.
Addiert werden die mit einem * gekennzeichneten Zahlen, die sich durch einen ungeraden Faktor auszeichnen.

	56 ·	83	
Hälfte	28 ·	166	Doppel
	14 ·	332	
	7 ·	664 *	
	3 ·	1328 *	
	1 ·	2656 *	

Man erhält als Ergebnis 56 · 83 = 664 + 1328 + 2656 = 4648.

Ein schon bei den Ägyptern bekanntes Verfahren zur Multiplikation benutzt nur das Verdoppeln und benutzt die Dualdarstellung eines Faktors:

1	83
2	166
4	332
8	664*
16	1328*
32	2656*

(Denn: 8+16+32=56)

Ziel muss das Erarbeiten oder zumindest das Verständnis der Verfahren sein, weniger das Durchrechnen von Aufgaben nach Vorgabe des Algorithmus. Man hat hier gute Anbindungen an das Thema „Stellenwertsysteme" in der 5. oder 6. Klasse.

Für ein anderes Verfahren zur Multiplikation mit mehrstelligen Faktoren setzt ADAM RIES die Kenntnis des kleinen 1x1 voraus. Durch die Anwendung des Distibutivgesetzes kann man dann auch mehrstellige Faktoren mit dem Rechenbrett bewältigen. Ein entsprechendes Verfahren können ältere Kinder selber erarbeiten. Analog funktioniert die Division durch einstellige Zahlen, für n Plättchen gleicher Wertigkeit muss man bei Division durch n nur eins für das Ergebnis wählen. Eine ausführliche Darstellung der allgemeinen Division ist wieder bei MENNINGER [1] nachzulesen.

Interessant dürfte es auch sein, direkt mit römischen Zahlen zu arbeiten.

Mein besonderer Dank gilt den Studentinnen JULIA GISSING und NINA HANDKE, die sich die Geschichte mit Plumi und die Aufgaben ausgedacht haben, und SONKA REDDINGIUS, die die Zeichnung von Plumi angefertigt hat.

Literatur:

Deubner, F. [1]:	Adam Ries, der Rechenmeister des deutschen Volkes, NTM 1. Jg (o. J.), Heft 3, 1960, S. 11-44
Käpnick, F. [1]:	Mathematisch begabte Kinder, Greifswalder Studien zur Erziehungswissenschaft, Bd. 5, Peter Lang, Frankfurt a. M., 1998
Käpnick, F. [2]:	Mathe für kleine Asse, Volk und Wissen Verlag, Berlin, 2001
Kießwetter, K. [1]:	Das Hamburger Fördermodell und sein mathematikdidaktisches Umfeld, in: Berichte aus der Forschung Heft 2 – Das Hamburger Modell zur Identifizierung und Förderung von mathematisch besonders befähigten Schülern, Hrsg. Karl Kießwetter, Universität Hamburg, 1988, S. 6-34
Mehnert, J. [1]:	Wahre Geschichten um Adam Ries, Tauchaer Verlag, 2003

Menninger, K. [1]:	Zahlwort und Ziffer, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1958
Rise, A. [1]:	Rechenbuch auff Linien und Ziphren in allerly Hand, Nachdruck der Ausgabe von 1574, Verlag Th. Schäfer, Hannover, 1992
Riese, A. [2]:	Rechenung nach der lenge, auff den Linihen und Feder, Nachdruck der Ausgabe von 1550, Verlag Dr. H. A. Gerstenberg, Hildesheim 1978
Roch, W. [1]:	Adam Ries – Ein Lebensbild des großen Rechenmeisters, Verlag Klaus Edgar Herfurth, Frankfurt/Main (1959)
Schellhas, W. [1]:	Der Rechenmeister Adam Ries (1492 bis 1559) und der Bergbau, Veröffentlichung des Wissenschaftlichen Informationszentrums der Bergakademie Freiberg Nr. 74/1 (ca. 1977)
Spitzer, M. [1]:	Nervensachen, Schattauer, Stuttgart 2003
Wittmann, E. Ch. / Müller, G. N. [1]:	Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd. 1, Klett Schulbuchverlag, Stuttgart, Düsseldorf, 1997
Wussing, H. [1]:	Adam Ries, Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1992

Dr. Claudia Böttinger
Universität Duisburg-Essen
Standort Essen
Fachbereich Mathematik
45117 Essen
claudia.boettinger@uni-essen.de