Hans-Gert Gräbe

Mathematische und informatische Kompetenz im Computerzeitalter

Auf der 3. Tagung „Begabtenförderung in Mathematik“ am Mathematischen Institut der Universität Leipzig, 29. - 31. März 2001, wurde der folgende Vortrag gehalten:

1. Vorbemerkungen

Wenn sich heute dieser illustre Kreis von Aktivisten der mathematischen Schülerförderung, von Freunden, Beförderern und Nutznießern dieser Aktivitäten zur 3. Tagung „Begabtenförderung in Mathematik“ trifft, dann wohl mehrheitlich mit einem zwiespältigen Gefühl in der Brust.

Einerseits haben wir die Rolle gut und breit ausgebildeter Fachkräfte - gerade auch mit guter mathematischer Bildung - für die so gern beschworene zukünftige „Wissensgesellschaft“ deutlich vor Augen und werden durch die wachsende öffentliche Aufmerksamkeit für Bildungsfragen in unserem Engagement bestärkt.

Andererseits sind wir in unserer täglichen Arbeit, ob es nun die Leipziger Schülergesellschaft Mathematik, die Zeitschrift „Wurzel“ oder die Mathematik-Olympiade betrifft, zunehmend damit befasst, die finanziellen und materiellen Rahmenbedingungen eben dieses Engagements zu erstreiten und zu sichern, statt uns mit vollem Herzen den Inhalten selbst widmen zu können.

Eine solche „Effizienzkontrolle“ (Dr. Hähle in einem Brief vom 21. 2. 2001 an den Autor[1]), der auch andere Bereiche von Wissenschaft und Bildung immer stärker unterworfen werden, trägt stets die Gefahr in sich, das Substrat auszutrocknen, in dem solches Engagement wurzelt. Die Ironie des Schicksals will es offensichtlich, dass Wissenschaft und Bildung, auf derartige marktwirtschaftliche „Effizienz“ zurückgestutzt, eines der ersten Opfer einer durch sie selbst ausgelösten Entwicklung hin zu dieser „Wissensgesellschaft“ werden.

Auch wenn - so hoffe ich - diesen Sorgen auf unserer Tagung ein Stück weit Ausdruck verliehen wird, so bedarf es doch konzertierter Anstrengungen vieler, die strategische Bedeutung eines ausreichend bis großzügig öffentlich finanzierten Bildungsbereichs stärker in das Blickfeld einer breiten politischen Öffentlichkeit zu rücken. In Ländern wie Schweden, Norwegen oder Dänemark wird das offensichtlich bereits besser verstanden.

Ein Treffen wie dieses kann nicht mehr als ein Mosaikstein für ein solches Bild sein. Gestatten Sie mir deshalb, in diesem Eröffnungsvortrag stärker die Bedeutung mathematischer - und informatischer - Kompetenzen in einer modernen Gesellschaft heraus zu arbeiten und die genannten Sorgen nur am Rande zu streifen.

2. Zur Genese von Wissenschaft im Industriezeitalter

Wollen wir uns über die Bedeutung mathematischer Kompetenzen in einer modernen Gesellschaft verständigen, so lohnt es, zunächst einen Blick auf die Genese des Wissenschaftsbegriffs selbst zu werfen. Schließlich ist er in seinem heutigen Verständnis als mannigfach verzweigte und verästelte funktionale Sphäre der Gesellschaft relativ jungen Datums, ja in dieser Form eigentlich erst mit dem Industriezeitalter entstanden.

[1] Dr. Hähle ist Vorsitzender der sächsischen CDU-Landtagsfraktion. Der Briefwechsel stand im Zusammenhang mit unseren Bemühungen, die 3. Stufe der Mathematik-Olympiade in Sachsen finanziell abzusichern, siehe
http://www.opentheory.org/proj/mo-in-gefahr/v0001.html.

Ich folge dabei den Ausführungen der Brockhaus-Enzyklopädie [1], wo unter dem Stichwort *Wissenschaft* zunächst festgestellt wird, dass bis hinein ins Mittelalter Wissenschaft ganzheitlich und mit dem Anspruch betrieben wurde, die Welt in ihrer gesamten Komplexität zu begreifen. Für GOETHE*s* „Faust“ galt es noch, Philosophie, Medizin, Juristerei und Theologie, die vier Zweige eines klassischen wissenschaftlichen Studiums jener Zeit, nicht alternativ, sondern gemeinsam und in ihrer gegenseitigen Wechselbeziehung zu studieren. Zugleich war das Wissenschaftlerdasein elitär geprägt und „das Privileg meist wohlhabender, oft adliger Privatgelehrter“ (aus [1] Seite 278). Im Alltag spielten wissenschaftliche Kenntnisse eine absolut untergeordnete Rolle, ja selbst aus heutiger Sicht elementare Grundfertigkeiten wie Lesen, Schreiben und Rechnen, die heute gern unter dem Wort „Kulturtechniken“ zusammengefasst werden, waren kaum verbreitet.

Das änderte sich grundlegend mit dem Aufbruch ins Industriezeitalter. Auf Wissenschaftsgebiet begann dieses mit der Trennung zwischen Geistes- und Naturwissenschaften, genauer gesagt mit der Abspaltung der letzteren, die sich, statt ganzheitlicher Beschreibungen, stärker auf funktionale und kausale Erklärungen von Phänomenen ausrichteten. Damit verbunden war die Entstehung eines neuen, stärker analytischen Wissenschaftstyps, dessen Argumentation sich am Begriff der *wissenschaftlichen Rationalität* und nicht mehr an der Hermeneutik orientierte. Erst ein solches Verständnis ermöglichte das „Eingreifenkönnen und Beherrschen natürlicher Prozesse und Dinge“ (aus [1] Seite 278).

Ursache für diese veränderte Stellung von Wissenschaft sind zweifelsohne die gewachsenen Anforderungen, die ein industriell organisierter Arbeitsprozess sowohl an die beteiligten Akteure als auch an die geistige Durchdringung der Prozesse selbst stellt. Diese Art *wissenschaftlicher Rationalität* wird in der Folge zum beherrschenden Wissenstypus im Bereich der Natur- und Technikwissenschaften, denen ich mich im Weiteren ausschließlich zuwenden werde. Zugleich beginnt Wissenschaft auch im Alltag eine wichtigere Rolle einzunehmen; abzulesen etwa an der Einrichtung von Volksschulen, welche die Fertigkeiten des Lesens, Schreibens und Rechnens verbreiten.

Ein solcher Rationalitätsbegriff prägt das heutige Selbstverständnis der einzelnen Naturwissenschaften (Physik, Chemie, Biologie,...) als Fachwissenschaften: Sie haben das Ziel, in der Natur ablaufende Prozesse aus der Sicht ihres jeweiligen Fachgebiets adäquat zu beschreiben und damit Modellvorstellungen zu entwickeln, auf deren Basis man Vorhersagen über diese Prozesse treffen oder sie sogar bewusst ausnutzen oder beeinflussen kann. Letzteres ist mit leicht anderer Schwerpunktsetzung auch Gegenstand der Technikwissenschaften.

Die „wissenschaftliche Strenge“, die für eine solche Rationalität an den Tag zu legen ist, unterliegt fachübergreifenden Standards. Die Existenz derartiger Standards hat ihre Ursache nur zum Teil im gemeinsamen Ursprung der Einzelwissenschaften. Eine wesentlich wichtigere Quelle liegt in der gemeinsamen Methodologie und dem dabei verwendeten erkenntnistheoretischen Instrumentarium, das in einem vielfach durchlaufenen spiralförmigen Schema mit folgenden Phasen angeordnet werden kann:

- Aus einer Fülle von experimentell gewonnenem Datenmaterial werden *Regelmäßigkeiten* herausgefiltert. Diese werden in Hypothesen mit dem bisherigen Kenntnisstand verbunden und entsprechend den Regeln wissenschaftlicher Schlussweise zu neuen *Gesetzmäßigkeiten* verdichtet.
- Diese werden im Zuge weiterer Systematisierung und experimenteller Verifikation zu neuen *Theorien* zusammengefasst,
- um schließlich für praktische Anwendungen in einem handhabbaren *Kalkül* fixiert zu werden,
- der seinerseits die Basis für die Gewinnung neuen Datenmaterials auf der nächst höheren Abstraktionsebene bildet.

Eine solche in Richtung zunehmender Abstraktion weisende Erkenntnisspirale ist typisch für die „reinen“ Wissenschaften.

Um Wissenschaften im Zuge zunehmender Industrialisierung produktiv werden zu lassen, spielt die Anwendbarkeit und Anwendung theoretischen Wissens auf die gesellschaftliche Praxis eine ebenso wichtige Rolle. Diese Domäne der „angewandten“ und Technik- oder Ingenieurwissenschaften folgt einem anderen erkenntnistheoretischen Paradigma:

- Reale Prozesse werden mit Hilfe eines geeigneten Kalküls *simuliert*.
- Die Simulation wird auf dem Hintergrund der verwendeten Theorie durch Analyse zu einem *Modell* verdichtet.
- Das Modell wird experimentell überprüft (und gegebenenfalls weiter verfeinert).
- Die gewonnenen Erkenntnisse werden in die Praxis implementiert.

In beiden Kreisläufen sind **Kalküle** als algorithmisch auf den Punkt gebrachtes Sublimat wissenschaftlicher Erkenntnis von zentraler Bedeutung. BRUNO BUCHBERGER [2] spricht in diesem Zusammenhang von der „Trivialisierung“ einer Problemklasse (der symbolischen Mathematik).

3. Die Stellung der Mathematik im Wissenschaftsgebäude

Übergreifende Gesetzmäßigkeiten dieser Erkenntnisprozesse sind Gegenstand von *Querschnittswissenschaften*, von denen hier vor allem Philosophie, Mathematik und inzwischen auch die Informatik zu nennen sind. Diese Fächer nehmen damit für die „wissenschaftliche Kultur“ eine deutlich zentralere Stellung ein als die einzelnen Fachwissenschaften, da sie die Mittel für eine wissenschaftlich rationale Argumentation in jeder dieser Fachdisziplinen bereit stellen und aufbereiten. Die Idee einer solchen „kulturvoll vorgetragenen Argumentation“ wurde lange vor Beginn des Industriezeitalters geboren. Sie geht (mindestens) auf antike Traditionen zurück und spielte bereits im Trivium (Grammatik, Logik und Rhetorik) sowie Quatrivium (Arithmetik, Geometrie, Musik und Astronomie) der Klöster des Mittelalters eine wichtige Rolle (nach KLIX, LANIUS [6]).

Die genannten Querschnittswissenschaften überdecken dabei die gesamte thematische Breite wissenschaftlich rationaler Argumentation. Während die Philosophie die Denk- und Abstraktionsprozesse in ihrer Allgemeinheit zum Gegenstand hat, befasst sich die **Mathematik**, die uns nun stärker interessieren soll, mit übergreifenden Gesetzmäßigkeiten, die beim Quantifizieren von Phänomenen auftreten. Quelle und Target dieser Bemühungen sind die entsprechenden logischen Strukturen der Einzelwissenschaften, die oft erst durch die Anstrengungen der Mathematik eine Konsistenz erhalten, die streng deduktiven Ansprüchen genügt. Die Mathematik leistet so einen unverzichtbaren und eigenständigen Beitrag für die methodische Fundierung der Einzelwissenschaften, ohne welchen letztere nur wenig über ein empirisches Verständnis ihres Gegenstands hinaus kommen würden. Mathematik und mathematischen Methoden kommt damit besonders in der Phase der Hypothesen- und Theoriebildung, aber auch bei der Modellierung und Analyse realer Prozesse, ein wichtiger Platz für die Leistungsfähigkeit und argumentative Tiefe einzelwissenschaftlicher Erkenntnisprozesse sowie für die praxisrelevante Implementierung ihrer Ergebnisse zu. Sie bildet außerdem die Grundlage einzelwissenschaftlicher Kalküle, egal, ob diese Quantenphysik, Elektronik, Statik oder Reaktionskinetik heißen. Mathematik ist in diesem Sinne die „**Lingua franca**“ der Wissenschaft, was MARX nach Überlieferung von P. LAFARGUE zu der Bemerkung veranlasste, dass „sich eine Wissenschaft erst dann als entwickelt betrachten könne, wenn sie dahin gelangt sei, sich der Mathematik zu bedienen“.

Im Gegensatz zu spezielleren Kenntnissen aus einzelnen Bereichen der Natur- oder Ingenieurwissenschaften sind *mathematische* Kenntnisse und Fertigkeiten damit in unserer technisierten Welt nicht nur in breiterem Umfang notwendig, sondern werden auch an verschiedenen Stellen des (Berufs-)Lebens selbst bei Facharbeitern oder vergleichbaren Qualifikationen schlichtweg vorausgesetzt. Formelsammlungen und technische Nachschlagewerke, Konstruktionsunterlagen und Kostenrechnungen, die qualifizierte Bedienung komplizierter Maschinen und Geräte erfordern heute nicht nur Gefühl und Augenmaß, sondern auch kalkulatorische Fähigkeiten, um Wirkzusammenhänge quantitativ genauer zu erfassen. Eine gewisse „mathematische Kultur“, die über einfache Rechenfertigkeiten hinausgeht und Methoden- und Interpretations-Kompetenzen einschließt, ist damit heute für eine qualifizierte Teilhabe am sozialen Leben unumgänglich. Entsprechend gut sind die beruflichen Einstiegschancen für Mathematiker, wie die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV) in einem der letzten Hefte ihrer Mitteilungen zu berichten weiß (nach SINGLE [9]). Seriöse Prognosen gehen davon aus, dass wenigstens 30 % der zukünftigen Arbeitsplätze mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten erfordern werden, die deutlich über den Schulstoff hinaus gehen. Müßig zu betonen, dass **unser derzeitiges Schulsystem keine Konzepte bereit hält, einen solchen Prozentsatz von Schülerinnen und Schülern eines Jahrgangs für mathematische Denk- und Arbeitsweisen zu sensibilisieren oder gar zu begeistern.**

Die Gegenstände, Ansätze, Methoden und Ergebnisse der Mathematik, kurz, ihre *Phylogenese*, folgten über die Jahrhunderte derselben Erkenntnisspirale in Richtung zunehmender Abstraktion und Symbolhaftigkeit, wie ich sie bereits für die „reinen“ Wissenschaften insgesamt als charakteristisch bezeichnet habe. Sie beginnen mit dem „Rechnen auf den Linien“, den Arithmetikkalkülen der ganzen und gebrochenen Zahlen, reichen über Variablenrechnung (also Räsonnieren *über* den Arithmetikkalkül auf einer Metaebene) und deren Ausdifferenzierung in Algebra und Analysis, über Verbindungen mit geometrischen Ansätzen und deren Verallgemeinerung in funktionalanalytischen und topologischen Theoriegebäuden bis hin zu moderner Geometrie, um nur einige markante Stationen zu nennen. Letztere führt viele Ansätze der modernen Mathematik zusammen und spielt als Kalkül besonders in der modernen Physik eine wichtige Rolle.

Die zunehmende Bedeutung mathematischer Fertigkeiten für eine hochtechnologisierte Gesellschaft schlägt sich auch im Schulcurriculum der Mathematik nieder, das heute nicht nur einfache Rechenfertigkeiten trainiert, sondern auch kompliziertere symbolische Kalküle wie Variablenrechnen, Termumformungen, Proportionalitäten, Kombinatorik, Anfänge der Statistik und vieles mehr vermittelt. Betrachtet man die Dynamik dieser Inhalte über das 20. Jahrhundert hinweg, so wird deren unmittelbare Kopplung an die zunehmende Komplexität technologischer Innovationen deutlich. **Es mutet aus dieser Perspektive geradezu aberwitzig an zu prognostizieren, dass der Einzelne im Computerzeitalter mit *weniger* mathematischer Kultur auskommen könne, weil sich ein Teil dieser „Skills“ auf den Computer verlagern ließe.** Das mag auf Kalküle und konkrete *Rechen*fertigkeiten zutreffen, nicht aber auf Begriffszusammenhänge, ohne deren Kenntnis weder Methoden- noch Interpretationskompetenz denkbar sind und Kalküle letztlich formal und nutzlos bleiben oder - schlimmer - durch die Faszination von Zahlen und Formeln Anwender in falsch verstandener Sicherheit wiegen, die schnell gefährlich werden kann.

Jedoch ist nicht nur der Einzelne auf solche Kenntnisse angewiesen, sondern auch die Gesellschaft als Ganzes. Denn erst die Beherrschung dieser „Lingua franca“ als Basis einer „Kultur des Denkens“ sichert die Fähigkeit, innerhalb der Gesellschaft auf einem Niveau zu kommunizieren, wie es für die Beherrschung der sozialen Prozesse notwendig ist, die sich aus der immer komplexeren technologischen Basis ergeben. Auch unter diesem Blickwinkel mag es nicht weiter verwundern, dass der Teil des durch die Mathematik entwickelten methodischen und begrifflichen Rüstzeugs, der inzwischen in die Allgemeinbildung Einzug gehalten hat, stetig wächst. Obwohl es immer wieder Diskussionen über die Angemessenheit solcher Elemente im Schulunterricht gibt, zeigt sich im Lichte der TIMS-Studien der letzten Jahre, dass die allgemeine mathematische Kultur, welche die Schule in Deutschland derzeit vermittelt, eher als mittelmäßig einzustufen ist.

4. Mathematik im Computerzeitalter

Die Entwicklung der Mathematik als Ganzes ebenso wie ihre curriculare Vermittlung in der Schule beginnt mit dem Zahlbegriff als Abstraktion und führt vom einfachen Kalkül der Arithmetik über den Einsatz von Variablen, mit deren Hilfe man über den Arithmetikkalkül räsonieren kann, viele Windungen der Abstraktionsspirale hinauf zu komplizierten und kompliziertesten symbolischen Kalkülen.

Interessanterweise wiederholt sich diese Entwicklung auch in der Geschichte des Einsatzes des Computers als Hilfsmittel geistiger Arbeit. Historisch wurde das Wort Computer bekanntlich zuerst mit einer Maschine zur schnellen Ausführung numerischer Rechnungen verbunden. Nachdem dies in der Anfangszeit ebenfalls auf einfache arithmetische Operationen beschränkt war (und für Taschenrechner lange so beschränkt blieb), können auf entsprechend leistungsfähigen Maschinen heute auch kompliziertere Anwendungen wie das Berechnen numerischer Werte mathematischer Funktionen, die Approximation von Nullstellen gegebener Polynome, die numerische Lösung von Differentialgleichungen oder von Eigenwertproblemen realisiert werden. Solche numerischen Verfahren spielen (derzeit) die zentrale Rolle in Anwendungen mathematischer Methoden auf Probleme aus Naturwissenschaft und Technik und bilden den Kern einer eigenen mathematischen Disziplin, des *Wissenschaftlichen Rechnens*.

All diesen Anwendungen ist gemein, dass sie zwar unter Verwendung ausgefeilter Programmiersprachen die Programmierfähigkeit eines Computers ausnutzen, sich letztlich aber allein auf das Rechnen mit (Computer)zahlen zurückführen lassen. **Der Computer erscheint in ihnen stets als außerordentlich präzise und schnelle, im übrigen aber stupide *Rechen*maschine - eben als „number cruncher“.**

Damit entsteht ein Bild seiner Fähigkeiten, das sowohl aus innermathematischen als auch informatiktheoretischen Überlegungen heraus eher einer künstlichen Beschränkung seiner Einsatzmöglichkeiten gleichkommt. Zeigt uns doch die Berechenbarkeitstheorie in Gestalt der CHURCHschen These, dass der Computer eine *Universalmaschine* ist, die prinzipiell in die Lage versetzt werden kann, jede nur denkbare algorithmische Tätigkeit auszuüben, wenn sie nur mit einem geeigneten Programm versehen ist.

Dass ein Computer auch zur Verarbeitung von Symbolen fähig ist, wissen wir spätestens mit seinem Siegeszug als intelligente Schreibmaschine - oder, besser, elektronischer Radiergummi - seit den 70er Jahren. Computer sind heute unentbehrliche Werkzeuge der Büroorganisation, wobei vor allem ihre Fähigkeit zum Speichern, Durchsuchen, Sortieren und Verwalten großer Datenmengen eine zentrale Rolle spielt. Es wird sogar möglich, auf verschiedene Weise symbolisch kodierte Informationen in multimedialen Produkten zu verknüpfen, was das ungeheure innovative Potential dieser Entwicklungen verdeutlicht. In der Hand des Ingenieurs und Wissenschaftlers entwickelt sich damit der Computer zu einem sehr effektiven Instrument, das nicht nur den Rechenschieber, sondern auch zunehmend Formelsammlungen abzulösen in der Lage ist. Auf diesem Niveau handelt es sich allerdings noch immer um eine *syntaktische* Verarbeitung von Information in der Form purer *Daten*, wo der Computer deren *Sinn* noch nicht in die Verarbeitung einzubeziehen vermag.

Die Vereinigung beider Ströme - des Computereinsatzes zu kalkulatorischen und zu symbolverarbeitenden Aufgaben - ermöglicht bereits heute die Realisierung auch algorithmischer Operationen auch auf symbolischen Daten. Wir gehen damit einen großen Schritt in die Richtung, semantische Aspekte auch symbolischer Information einer automatischen Verarbeitung zu erschließen. Denken lernt der Computer damit allerdings nicht, denn auch die Algorithmik symbolischer Informationsverarbeitung benötigt zunächst den in menschlicher Vorleistung erdachten *Kalkül*, den der Computer dann in der Regel schneller und präziser als der Mensch auszuführen vermag. Damit wird zugleich die „Verwissenschaftlichung“ gesellschaftlicher Zusammenhänge auf eine qualitativ neue Stufe gehoben. Viele, auch umfangreichere symbolische Kalküle können nun mechanisiert oder sogar automatisiert werden und stehen damit für einen breiteren Einsatz zur Verfügung, womit sich zugleich die Reichweite wissenschaftlich rationaler Gedankenführung für einen weiten Kreis von Anwendungen deutlich erhöht.

Mit der Mechanisierung nicht nur numerischer, sondern auch symbolischer Kalküle hält die „Lingua franca“ auch in ihrer „reinen“, abstrakt-deduktiven Form Einzug im Computerbereich. Der Computer wird zunehmend unentbehrliches Werkzeug auch für streng wissenschaftlich rationale Argumentation.

Zunächst beschränkte sich diese „Mathematik mit dem Computer“ auf Anwendungen der diskreten Mathematik (Kombinatorik, Graphentheorie) oder der diskreten Optimierung, die *endliche* Strukturen (Graphen, Bäume, Listen, Felder) untersuchen, die sich *exakt* im Computer reproduzieren lassen. Die *strukturelle Endlichkeit* ihrer Konstrukte prädestinierte die diskrete Mathematik, eine Vorreiterrolle bei der Computerisierung der „exakten“ Mathematik zu spielen; und sie tat dies auch spätestens mit dem spektakulären Beweis des Vier-Farben-Satzes durch APPEL und HAKEN im Jahre 1976.

Mathematische Konstrukte sind allerdings in der Regel nicht strukturell, sondern nur *beschreibungs-endlich*, so dass in allgemeineren Situationen noch einmal eine Reduktionsleistung vollbracht werden muss. Diese ergibt sich in vielen Fällen auf natürliche Weise aus der Art, wie Theorien und vor allem deren Kalküle innermathematisch formuliert werden. Diese Formulierungen müssen „nur noch“ in computeradäquate Strukturen umgesetzt werden. Hier hat die Computeralgebra eines ihrer großen bzw., nach BUCHBERGER [2], sogar ihr entscheidendes Aufgabenfeld und war an der konkreten Implementierung vieler wichtiger mathematischer Kalküle und Verfahren beteiligt.

Die Bedeutung dieser Entwicklungen reicht aber weit über den Bereich der algorithmischen Mathematik hinaus, da deren Gegenstand - die Pflege, Weiterentwicklung und Vermittlung entsprechender *Denk-Kalküle* - dabei auf eine andere Querschnittswissenschaft trifft, die erst in den letzten Jahrzehnten stärker ins Rampenlicht der Öffentlichkeit rückte. Diese heißt **Informatik** und hat die Erstellung und Pflege, die konkrete und konzeptionelle Weiterentwicklung dieser technikbasierten Hilfsmittel geistiger Arbeit sowie methodische, praktische, ergonomische, physiologische, psychologische und soziale Aspekte des Einsatzes und der gesellschaftlichen Einbettung dieser Instrumente, kurz, eine sich neu herausbildende „technologische Seite des Denkens“ (BUCHBERGER [3]), zum Gegenstand. Auch wenn das Selbstverständnis der Informatik gewöhnlich enger ausfällt[2], so ist es doch gerade eine solche Einordnung, welche die Informatik als *Querschnittswissenschaft* charakterisiert und aus der sich auch die Rechtfertigung eines eigenständigen Schulfaches „Informatik“ ableitet.

Ein solches Verständnis von Informatik lässt Raum für eine weitergehende Symbiose von Kalkül und Technologie als Gegenstand eines Faches zwischen Mathematik und Informatik, dem GRABMEIER [5] den provisorischen Namen **Computermathematik** gegeben hat.

Welche Potenzen in diesen Entwicklungen schlummern, wird jeder erahnen, der schon einmal mit einem der modernen Computeralgebra-Systeme wie Mathematica, Maple oder MuPAD gearbeitet hat. Mit der Vielzahl mathematischer Verfahren, die in ihnen *unter einer einheitlichen Oberfläche* verfügbar sind, konstituieren sie leistungsfähige *metamathematische Werkzeuge für Anwender*, ähnlich den Numerikbibliotheken, die heute schon im Wissenschaftlichen Rechnen eine zentrale Rolle spielen.

[2] Gängige Definitionen des Gegenstands der Informatik fokussieren stärker auf eine einzelwissenschaftliche Betrachtung, etwa als „Wissenschaft von der systematischen Verarbeitung von Informationen, besonders der automatischen Verarbeitung mit Digitalrechnern.“ ([4])

Die Symbiose dieser Entwicklungen der algorithmischen Mathematik mit informatischen Entwicklungen wie etwa guten Graphik-, Notebook- und Hypertextsystemen zu integrierten Entwicklungsumgebungen, *persönlichen digitalen Assistenten*, ist im Bereich der Computeralgebra bereits deutlich ausgeprägt. Sie wird dazu führen, dass sich die heute noch getrennt agierenden Bereiche „Symbolik“ und „Numerik“ zu der bereits erwähnten „Computermathematik“ vereinen werden, in der computergestützte numerische, diskrete und symbolische Methoden gleichberechtigt nebeneinander stehen und in praktischen Applikationen ineinander greifen. Wie die Mathematik als Lingua franca das Denken in weiten Bereichen der Natur- und Ingenieurwissenschaften prägt, so wird diese Computermathematik das Herzstück computergestützter fachwissenschaftlicher „Denkwerkzeuge“ sein und das zentrale Element der bereits erwähnten „Technologie des Denkens“ bilden. Das Verständnis für computermathematische Denkweisen wird damit auch in Bereichen eine Rolle spielen, die sich heute noch weit entfernt von Mathematik und Informatik wähnen. Die Bedeutung dieser Denkweisen für eine mathematische Kultur der Gesellschaft ist deshalb kaum zu unterschätzen.

Durch die Verbreitung solcher PDA's - persönlicher digitaler Assistenten -, die jederzeit zur Verfügung stehen, wird jede(r) ein kleiner Professor, der die Mühen kleinlicher Alltagsarbeit auf seinen Assistenten abladen kann und Kopf und Hände frei bekommt für die „wirklich wichtigen Dinge“. Nun - dieses Klischeebild vom Professor nehme ich sofort zurück - und lege Ihnen trotzdem diese Metapher in all ihrer Janusköpfigkeit zum Weiterdenken ans Herz.

Die Computeralgebra ist nicht eine weitere Computeranwendung schlechthin unter vielen anderen, sondern setzt *in natürlicher Weise* Entwicklungen fort, welche die Informatik als Ganzes hervorgebracht haben: Der Computereinsatz für symbolische Rechnungen eröffnet einen neuen Abschnitt auf dem Weg des Computers vom primitiven Bitknipser zu einem Universalwerkzeug für geistige Arbeit. Es beginnt damit eine neue Etappe auf dem Weg der praktischen Realisierung des theoretischen Anspruchs, den die Churchsche These impliziert[3].

5. Wie wird es weiter gehen?

Den Einfluss dieser neuen Arbeitsmittel auf den Umbruch unserer technisierten Arbeitswelt insbesondere im ingenieurtechnischen Bereich kann man kaum überschätzen. Dort, wo heute noch dicke Formelsammlungen und Tafelwerke das Berufsbild prägen, die trotz ihrer Dicke genau wie ein Berg numerischer Daten immer nur eine sehr beschränkte Sicht auf *Fakten* und keine *Einsichten* vermitteln können, werden Werkzeuge, die auf symbolischen Fähigkeiten im beschriebenen Sinne aufsetzen, diese Bereiche geistiger Arbeit in vielleicht noch nachhaltigerer Weise revolutionieren als dies mit der Erfindung des Buchdrucks geschah. Denn, wie RICHARD HAMMING sagte: “The purpose of computing is insight, not numbers.”

JOHANNES GRABMEIER beschreibt die Perspektiven eines solchen *Übergangs von einer fakten- zu einer stärker algorithmenorientierten Wissensrepräsentation* wie folgt (siehe [5]):

> „Viele Probleme aus der Ingenieurwelt, den Naturwissenschaften und den Wirtschaftswissenschaften sind heute ohne massiven Einsatz von Computern nicht lösbar. Die dahinterliegenden Probleme werden mit den Methoden des Wissenschaftlichen Rechnens angegangen. Dabei werden mehr und mehr die traditionellen numerischen Rechnungen durch symbolisches Rechnen mit dem Computer ersetzt bzw. ergänzt...
>
> Der Siegeszug der Computeralgebra in den letzten Jahren ist eng gekoppelt mit der stürmischen Entwicklung von immer neuen Rechnergenerationen, die es erst möglich gemacht hat, die besonders rechen- und speicherintensiven Programme und Systeme zum symbolischen Rechnen zu realisieren.

[3] Ein pikantes Detail liegt in der Ignoranz dieser Entwicklungen durch Teile der etablierten Informatik selbst, denn Darlegungen zur Computeralgebra sucht man in verschiedenen Quellen, die sich eine umfassende Darstellung der Informatik vorgenommen haben, vergebens. So enthalten weder der „Duden Informatik“ [4] noch das „Lexikon Informatik“ [8] ein Stichwort ‚Symbolisches Rechnen’ oder ‚Computeralgebra’. Aber auch hier scheinen sich Gewichte zu verschieben, wie ein Blick in das neue „Handbuch Informatik“ [7] belegt, in dem ein ganzer Abschnitt dem symbolischen Rechnen gewidmet ist.

> Aber der Aufwand lohnt sich: Wenn man statt einer Zahl eine parameterabhängige Formel als Ergebnis erzielt, hat man nicht nur ein Problem gelöst, sondern eine Klasse von möglicherweise *unendlich vielen* Problemen erledigt. Dadurch wird ein Qualitätssprung möglich, denn die Formel erlaubt es nun z.B., die Parameter zu optimieren oder schnell auf Veränderungen zu reagieren. ...
>
> Wie heute ein Taschenrechner zum Alltag gehört, wird künftig jeder Ingenieur und jeder, zu dessen Aufgaben das Lösen, Erlernen oder Lehren mathematischer Probleme gehört, Zugriff auf ein Computeralgebra-System haben. Die verschiedenen schon heute verfügbaren Komponenten für numerisches und symbolisches Rechnen, für Statistik und andere mathematische Gebiete, für Graphik und Animation, Textverarbeitung und Dokumentation mit Hypertext-Systemen und vieles mehr sehe ich in nicht allzu ferner Zukunft über entsprechende Schnittstellen zu individuell kombinierbaren Computermathematik-Systemen für das Wissenschaftliche Rechnen zusammenwachsen. Die Computeralgebra leistet damit einen wesentlichen Beitrag für eine der Schlüsseltechnologien unserer technikbestimmten Gesellschaft.“

Auf diesem Wege entstehen bequeme Werkzeuge für die eigene geistige Arbeit, die lokal auf dem Schreibtisch des Wissenschaftlers oder Ingenieurs einen immer größeren Teil des globalen Know-hows verschiedener Fachrichtungen in einer auch algorithmisch leicht zugänglichen Form bereithalten. Eine nochmalige Steigerung der Wirkung dieser Instrumente ergibt sich, wenn sie mit Internet und anderen Kommunikationstechnologien zusammengeführt werden. Versammeln sie heute die globale Power *allgemeiner* Problemlösekompetenz in einem Computer *lokal* auf dem Tisch des Anwenders, so ermöglicht es ein solches Netz, die *spezielle* Problemlösekompetenz einzelner Wissenschaftler in globalem Maßstab *unmittelbar* zu konsultieren; ein Ansatz, der weit über die traditionellen Formen wissenschaftlicher Kommunikation hinaus reicht. Die Anforderungen an eine „durchschnittliche mathematische Kultur“ als kontextuale Voraussetzung solcher Kommunikationsformen werden entsprechend mitwachsen.

6. Curriculare Konsequenzen

Die curricularen Konsequenzen aus diesen Entwicklungen werden ähnlich tiefgreifend sein müssen wie die Entwicklungen selbst, wenn die schulische und studentische Ausbildung mit den neuen Anforderungen Schritt halten will.

Konsequenzen für den Einsatz von Computeralgebra (in der oben thematisierten technologischen Dimension) sind dabei einzubetten in Konsequenzen, die sich generell aus der zu erwartenden Allgegenwart des Computers ergeben. Eine elementare Prämisse stellt die Verankerung einer informatischen Allgemeinbildung im Schul-Curriculum dar, um die derzeit nicht nur in Sachsen erbitterte Grabenkämpfe zwischen der Ministerialbürokratie und dem Rest der Welt geführt werden. Statt provisorischer Augenblickslösungen, die sich an großzügige und nur auf den ersten Blick uneigennützige Angebote großer Firmen aus dem Computer- oder Telekommunikationsbereich wie an einen Strohhalm klammern, sind dabei langfristig materiell, personell und auch didaktisch abgesicherte Konzepte gefragt. Gute „offizielle“ Überlegungen in dieser Richtung sind Mangelware, denn sie kosten alle Geld.

Denkt man über *inhaltliche* Konsequenzen aus der künftigen Allgegenwart computermathematischer Werkzeuge für den Mathematikunterricht in der Schule nach, so entsteht schnell ein Zielkonflikt zwischen traditionellen und „modernen“ Inhalten, der weiterer Reflexion bedarf. Klar ist allenfalls, dass die wachsende Bedeutung von Methoden- und Interpretationskompetenz im Berufsalltag ihren Niederschlag im Mathematikcurriculum der Schule finden muss und die heute übliche starke Ausrichtung des Mathematikunterrichts auf Algorithmik und Rechenfertigkeiten relativieren wird.

Das zukünftige Berufsleben in der „Wissensgesellschaft“ wird von jedem Einzelnen viel Flexibilität der Lebensplanung fordern und ihn immer wieder mit der Notwendigkeit konfrontieren, neues Wissen aufzunehmen und die eigene Qualifikation kritisch zu überprüfen. Die sich dabei entwickelnde Kompetenz ist allerdings kein altes Hemd, das sich nach Bedarf leicht wechseln lässt, sondern gleicht eher eine Folge von Schichten, welche die jeweilige Person umhüllen. Jede neue Schicht wird auf die alten aufgetragen und führt so zu einem unverwechselbaren Persönlichkeitsbild, das sich durch die schnelle Tünche eines halbjährigen Kurses im Rahmen von Arbeitsbeschaffungsmaßnahmen nur wenig nachhaltig beeinflussen lässt. Eine solche Art von Kompetenz ist von sehr individueller Qualität. Wenn sie in einer modernen Gesellschaft eine deutlich zentralere Rolle spielen wird als eine unterschiedslose physische Arbeitskraft, dann wird bereits die Schule vor der Frage stehen, Freiräume für die Ausprägung solcher individueller Kompetenz einzuräumen und ihre Schülerinnen und Schüler beim Ausfüllen dieser Freiräume zu begleiten. Also müssen wir vielleicht auch über eine ganz andere Schule reden.

Leider sind auch diese Überlegungen zunächst Visionen, die zunehmend zu scheitern drohen, wenn politisch Verantwortliche (wenn ein solcher Terminus hier überhaupt noch zu rechtfertigen ist) meinen, mit eisernem Sparwillen die öffentlichen Kassen auf Kosten und zu Lasten der Bildung zukünftiger Generationen sanieren zu können.

Allerdings ergibt sich auch hier die Frage, ob die heute üblichen Mechanismen einer repräsentativen Demokratie, die sich an einem in subtiler Wechselwirkung von Macht und Öffentlichkeit entstandenen *Mehrheits*willen orientiert, für eine solche „Wissensgesellschaft" ausreichen, die ihre Prägung ja gerade durch anders kompetente *Minderheiten* erfährt. Und hier schließt sich der Kreis zu den eingangs thematisierten Sorgen um Wissenschaft und Bildung, die in diesem Licht auf einmal als Vorboten viel fundamentalerer Auseinandersetzungen um politische Prioritäten erscheinen.

Literatur

[1] Brockhaus Enzyklopädie in 26 Bänden, Mannheim 1994.
[2] Bruno Buchberger: *Symbolisches Rechnen.* In: [7], S. 799 - 817.
[3] Bruno Buchberger: *Computer-Algebra: Das Ende der Mathematik?* In: DMV-Mitteilungen, Heft 2, 2000, S. 16 - 26.
[4] Hermann Engesser (ed.): Duden Informatik, Dudenverlag, Mannheim 1993
[5] Johannes Grabmeier: *Computeralgebra - eine Säule des Wissenschaftlichen Rechnens*. In: it + ti, Heft 6, 1995, S. 5 - 20.
[6] Friedhart Klix, Karl Lanius: Wege und Irrwege der Menschenartigen. Wie wir wurden, wer wir sind. Verlag W. Kohlhammer, Stuttgart 1999, S. 199.
[7] Peter Rechenberg, Gustav Pomberger (ed.): Informatik-Handbuch, Hanser, München 1997
[8] Schneider: Lexikon Informatik, Verlag Oldenbourg, München 1997, 4. Auflage.
[9] Erwin Single: *Ohne Brüche*. In: DMV-Mitteilungen, Heft 2, 2000, S. 27 - 31. Abdruck aus „Abi Berufswahl-Magazin" 1/2000, Transmedia Projekt + Verlagsgesellschaft Mannheim.

Anschrift des Autors:

Dr. Hans-Gert Gräbe
Herwigstraße 30
D – 04279 Leipzig

graebe@informatik.uni-leipzig.de
http://www.informatik.uni-leipzig.de/~graebe