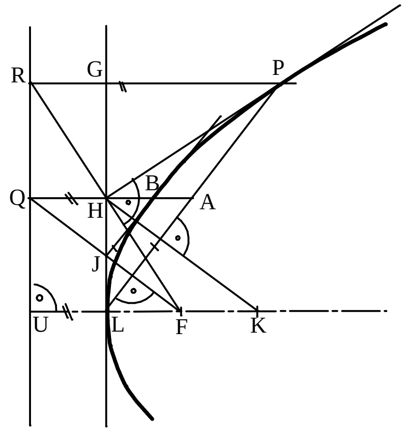
Zu 3.4.19:

a)
Nach der vorgegebenen Konstruktion sind die Dreiecke PGL und HLK ähnlich, da alle entsprechenden Seiten aufeinander senkrecht stehen. Dasselbe gilt für die Teildreiecke PGH und HLF.
Nach Satz 3.4.5 ist $|\overline{GH}| = |\overline{HL}|$. wegen der obigen Ähnlichkeit also $|\overline{LF}| = |\overline{FK}|$, also ist K der Scheitelkrümmungsmittelpunkt.



b)
Die verlangte Parallelverschiebung liefert nach dem Strahlensatz auf der Scheiteltangente den Mittelpunkt J der Strecke HL und auf der Leitlinie den Punkt Q auf dem Leitstrahl durch H. Die Parallele zur Scheitelsehne PL durch J ist also Mittelparallele im Dreieck PHL. Nach Satz 3.4.5.3 ist sie aber Tangente mit Berührpunkt B auf QHA mit $|\overline{HB}| = |\overline{BA}|$, wobei A nach Satz 3.4.9 Mittelpunkt von PL ist.

Zu 3.4.20:

a)

Aus der Parabelgleichung $y^2 = 2px$ (1)

und der Geradengleichung $y = mx + t$ (2)

folgt für die Schnittpunkte $(mx + t)^2 = 2px,$ (3)

ausmultipliziert ist dies $m^2x^2 + 2mtx - 2px + t^2 = 0$

mit den Lösungen
$$x = \frac{p - mt \pm \sqrt{p^2 - 2mtp}}{m^2}. \qquad (4)$$

Setzt man (4) in (2) ein, so erhält man:
$$y = \frac{p \pm \sqrt{p^2 - 2mtp}}{m} \qquad (5)$$

b)
Ist die Gerade Tangente, so müssen die Schnittpunkte zusammenfallen, also die Wurzel null sein. Da p nicht null ist, ergibt dies
$$p = 2mt \qquad \text{oder} \qquad m = \frac{\frac{p}{2}}{t}, \qquad (6)$$
was identisch mit der Aussage des Satzes 3.4.5.2 ist.

c)
Für die Mittelpunkte A der Sehne zweier solcher Schnittpunkte gilt:
$$x_A = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{p - mt}{m^2} \text{ und } y_A = \frac{p}{m}, \qquad (7)$$
woraus mit (6) für den Tangentenberührpunkt $B(x_0 | y_0)$ folgt
$$x_0 = \frac{p}{2m^2} \quad \text{und} \quad y_0 = \frac{p}{m}. \qquad (8)$$
Im y-Wert von (7) und (8) kommt t nicht vor.

d)

Wegen c) ist $y = \frac{p}{m}$ die Gleichung der Achsenparallelen durch die Mittelpunkte aller Sehnen mit der Steigung m und durch den Berührpunkt der dazu parallelen Tangente.

Nach Satz 3.4.9 liegen auf ihr auch die Schnittpunkte der Tangenten in den Endpunkten jeder dieser Sehnen.

Hinweis: Wegen dieser Eigenschaften heißt diese Achsenparallele wie bei der Ellipse und der Hyperbel der **zur Sehnenrichtung konjugierte Durchmesser der Parabel.**

e)

Mit (6) nimmt die Tangentengleichung aus (2) die Form $y = mx + \frac{p}{2m}$ an. Multipliziert man diese Gleichung mit $\frac{p}{m}$, so erhält man $y\frac{p}{m} = px + \frac{p^2}{2m^2} = p(x + \frac{p}{2m^2})$. Setzt man (8) ein, so erhält man hieraus

$$yy_0 = p(x + x_0). \qquad (9)$$

f)

Werden in (9) für $(x_0 | y_0)$ die Werte aus (4) und (5) eingesetzt, so erhält man als Gleichung der Tangente in je einem Endpunkt der Sehne $y = mx + t$:

$$y\frac{p \pm \sqrt{p^2 - 2mtp}}{m} = p\left(x + \frac{p - mt \pm \sqrt{p^2 - 2mtp}}{m^2}\right) \text{ oder}$$

$$y = \frac{m}{1 \pm \sqrt{1 - \frac{2mt}{p}}}\left(x - \frac{t}{m} + \frac{p}{m^2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2mt}{p}}\right)\right) \text{ oder}$$

$$y - \frac{p}{m} = \frac{m}{1 \pm \sqrt{1 - \frac{2mt}{p}}}\left(x - \frac{t}{m}\right) \qquad (10)$$

$T(x_T | y_T)$ sei der Schnittpunkt der Tangenten. (10) ist für beide Wurzelvorzeichen erfüllt, wenn wegen (7) und (8) gilt:

$$y_T = y_A = y_0 = \frac{p}{m} \quad \text{und} \quad x_T = \frac{t}{m} = 2x_0 - x_A$$

Letzteres lässt sich auflösen nach $x_0 = \frac{x_A + x_T}{2}$.

$B(x_0 | y_0)$ ist also Mittelpunkt zwischen A und T.

Zu 3.5.1:

Ellipse:

Die Scheitelgleichung lautet:

$$\frac{(x-a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Löst man diese Gleichung nach y^2 auf, so erhält man:

$$y^2 = b^2(1 - \frac{x^2}{a^2} + \frac{2x}{a} - \frac{a^2}{a^2}) =$$

$$= 2\frac{b^2}{a}x - \frac{b^2}{a^2}x^2$$

Parabel:

Die Scheitelgleichung der Parabel war deren Grundform:

$$y^2 = 2px$$

Hyperbel:

Die Scheitelgleichung lautet:

$$\frac{(x+a)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Löst man diese Gleichung nach y^2 auf, so erhält man:

$$y^2 = b^2(\frac{x^2}{a^2} + \frac{2x}{a} + \frac{a^2}{a^2} - 1) =$$

$$= 2\frac{b^2}{a}x + \frac{b^2}{a^2}x^2$$

Zu 3.5.2:

Die Koordinaten des Brennpunkts F, der dem Scheitel im Ursprung am nächsten liegt, lauten:

Ellipse:
F(a-e | 0) mit $e^2 = a^2 - b^2$.
Damit erhält man als x-Koordinate für F:

$$x = a - \sqrt{a^2 - a\frac{b^2}{a}} \text{ ; mit } p = \frac{b^2}{a} \text{ folgt:}$$

$$x = a - \sqrt{a^2 - ap} = a\left(1 - \sqrt{1 - \frac{p}{a}}\right)$$

Parabel:
$F\left(\frac{p}{2} \,\middle|\, 0\right)$, also

$$x = \frac{p}{2}$$

Hyperbel:
F(e-a | 0) mit $e^2 = a^2 + b^2$.
Damit erhält man als x-Koordinate für F:

$$x = \sqrt{a^2 + a\frac{b^2}{a}} - a \text{ ; mit } p = \frac{b^2}{a} \text{ folgt:}$$

$$x = \sqrt{a^2 + ap} - a = a\left(\sqrt{1 + \frac{p}{a}} - 1\right)$$

Wird dies in das Ergebnis von 3.5.1 eingesetzt, so ergibt sich y für die Kurvenpunkte auf der Brennpunktordinate zu:

Ellipse:
$y^2 =$

$$= 2\frac{b^2}{a}\left(a - \sqrt{a^2 - b^2}\right) - \frac{b^2}{a^2}\left(a - \sqrt{a^2 - b^2}\right)^2$$

$$= b^2\left(2 - 2\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - 1 + 2\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - 1 + \frac{b^2}{a^2}\right)$$

$$= \frac{b^4}{a^2} \text{ ; also ist}$$

$$y = \pm\frac{b^2}{a} = \pm p$$

Parabel:

$$y^2 = 2p\,\frac{p}{2}$$

d. h.

$$y = \pm\, p$$

Hyperbel:
$y^2 =$

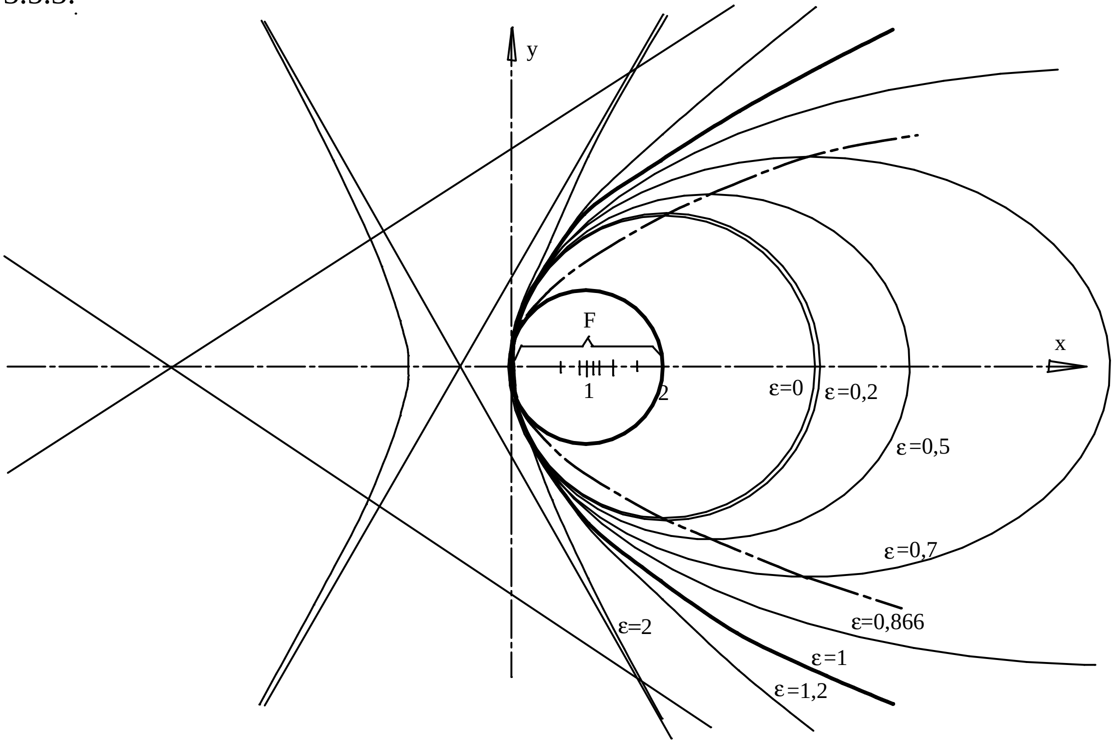
$$= 2\frac{b^2}{a}\left(\sqrt{a^2 + b^2} - a\right) + \frac{b^2}{a^2}\left(\sqrt{a^2 + b^2} - a\right)^2$$

$$= b^2\left(2\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} - 2 + 1 + \frac{b^2}{a^2} - 2\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} + 1\right)$$

$$= \frac{b^4}{a^2} \text{ ; also ist}$$

$$y = \pm\frac{b^2}{a} = \pm p$$

Zu 3.5.3:



ε	0,0000	0,2000	0,5000	0,7000	0,8660	1,0000	1,2000	2,0000	3,0000
a	2,0000	2,0833	2,6667	3,9216	8,0000	∞	-4,5455	-0,6667	-0,2500
b	2,0000	2,0412	2,3094	2,8006	4.0000	∞	3,0151	1,1547	0,7071
e	0,0000	0,4167	1,3333	2,7451	6,9282	∞	5,4545	1,3333	0,7500
x_F	2,0000	1,6667	1,3333	1,1765	1,0718	1,0000	0,9091	0,6667	0,5000

Wird $\varepsilon^2 < 0$ wegen $-\frac{p}{a} < -1$ (a < p), so erhalten wir Ellipsen, die ganz im Inneren des gemeinsamen Scheitelkrümmungskreises liegen. Für Brennweiten und Brennpunktkoordinaten zum Scheitel $(0 \mid 0)$ ergeben sich imaginäre Werte; im Beispiel $e = i = \sqrt{-1}$, $x_F = 1 - i$. Da aber tatsächlich für diese Ellipsen b > a gilt, liegen die Brennpunkte auf der y-parallelen Hauptachse; im Zahlenbeispiel bei $F(1 \mid \pm 1)$; allgemein bei $F(a \mid \pm\sqrt{ap - a^2})$, also auf dem Kreis um $(\frac{p}{2} \mid 0)$ mit Radius $\frac{p}{2}$.

Bemerkung: Gleichzeitig durchlaufen die y-parallelen Scheitel aller Ellipsen des betrachteten Kegelschnittbüschels die Parabel mit demselben Scheitel und dem Kreis $((\frac{p}{2} \mid 0); \frac{p}{2})$ als Scheitelkrümmungskreis, während die „imaginären Scheitel" der Büschelhyperbeln die an der y-Achse gespiegelte Parabel durchlaufen. Diese drei Ergebnisse sind rechnerisch ganz leicht zu bekommen und wären reizvolle geometrische Ortsaufgaben.

Zu 3.5.4:

Es ist jeweils $(x \mid y)$ durch $(x-x_S \mid y-y_S)$ zu ersetzen:

	Ellipse:	**Parabel:**	**Hyperbel:**
(1)	$(y-y_S)^2 = 2\frac{b^2}{a}(x-x_S) - \frac{b^2}{a^2}(x-x_S)^2$	$(y-y_S)^2 = 2p(x-x_S)$	$(y-y_S)^2 = 2\frac{b^2}{a}(x-x_S) + \frac{b^2}{a^2}(x-x_S)^2$
(2)	$(y-y_S)^2 = 2p(x-x_S) - \frac{p}{a}(x-x_S)^2$	$(y-y_S)^2 = 2p(x-x_S)$	$(y-y_S)^2 = 2p(x-x_S) + \frac{p}{a}(x-x_S)^2$
(3)	$(y - y_S)^2 = 2p(x - x_S) + (\varepsilon^2 - 1)(x - x_S)^2$		

Zu 3.5.5:

a)

Aus den Symmetrien der gegebenen Punkte geht hervor, dass es sich nicht um eine Parabel handeln kann.
Da P und Q dieselbe x-Koordinate haben, liegen sie symmetrisch zur horizontalen Achse. Also ist deren y-Wert $y_M = \frac{y_P + y_Q}{2} = 10$.

Analog folgt $x_M = \frac{x_R + x_U}{2} = 20$.

Damit nimmt die Mittelpunktsgleichung die folgende Form an: $\frac{(x-20)^2}{a^2} + \frac{(y-10)^2}{b^2} = 1$

Die Halbachse b kann imaginär sein, wenn es sich bei den gegebenen Punkten um eine Hyperbel handelt.

Durch Einsetzen je eines Punktes aus jedem der Paare (P,Q) und (R,U) erhält man zwei lineare Gleichungen für $u = \frac{1}{a^2}$ und $v = \frac{1}{b^2}$:

(P) $30^2u + 24^2v = 1$ also $900u + 576v = 1$
(R) $40^2u + 18^2v = 1$ also $1600u + 324v = 1$

16(P) – 9(R) $6300v = 7$ d. h. b = 30.
Eingesetzt in (P) folgt a = 50.

Wir erhalten die Mittelpunktsgleichung $\frac{(x-20)^2}{50^2} + \frac{(y-10)^2}{30^2} = 1$.

Es handelt sich also um eine Ellipse. Durch Einsetzen in die bekannten Formeln erhält man die gewünschten Parameter.

b)/d)
Von den vier gegebenen Punkten liegt Q im Innern des Dreiecks PRU. Das kann nur bei einer Hyperbel vorkommen und zwar genau dann, wenn drei der vier Punkte auf einem Ast liegen und der 4. Punkt auf dem anderen. Da erkennbare Symmetrien nicht vorliegen, muss allgemein gerechnet werden:

Wir nehmen zunächst die Mittelpunktsgleichung $\frac{(x-x_M)^2}{a^2}+\frac{(y-y_M)^2}{b^2}=1$ und multiplizieren diese aus:

$$b^2x^2 - 2b^2x_Mx + b^2x_M^2 - a^2y^2 + 2ay_My - a^2y_M^2 = a^2b^2$$

Dies ordnet man nach Potenzen der Variablen x bzw. y zu:

$$b^2x^2 - 2b^2x_Mx - a^2y^2 + 2a^2y_My + (b^2x_M^2 - a^2y_M^2 - a^2b^2) = 0 \qquad (1)$$

Für die unbekannten Parameter a, b, x_M und y_M führen wir neue Koeffizienten so ein, dass (1) übergeht in:

$$Ax^2 + Bx + Cy^2 + Dy + E = 0 \qquad (2)$$

Hierin setzt man die gegebenen Punkte ein und erhält das folgende Gleichungssystem:

(P) $400A + 20B + 1156C + 34D + E = 0$
(Q) $25A + 5B + 256C - 16D + E = 0$
(R) $100A + 10B + 4356C - 66D + E = 0$
(U) $2116A - 46B + 100C - 10D + E = 0$

Die Koeffizienten von (2) sind nur bis auf einen gemeinsamen Faktor bestimmt. Da bei einer Hyperbel a und b und somit hier A und C nicht null sein können, lässt sich jetzt C = -1 wählen. Man findet damit die Lösung des Gleichungssystems zu (aufwendige Arbeit!):

A = 4 B = 160 C = -1 D = - 60 E = - 1604 oder

$$4x^2 + 160x - y^2 - 60y = 1604$$

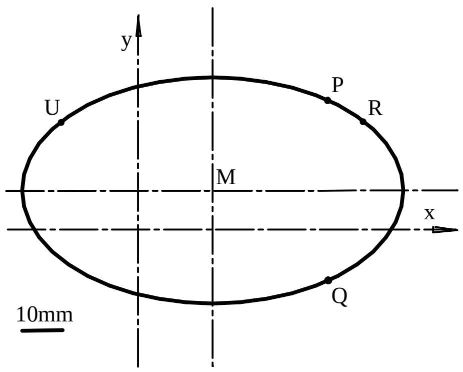
Quadratische Ergänzung liefert dann:

$$4(x+20)^2 - (y+30)^2 = 1604 + 1600 - 900 = 48^2 \quad \text{oder}$$

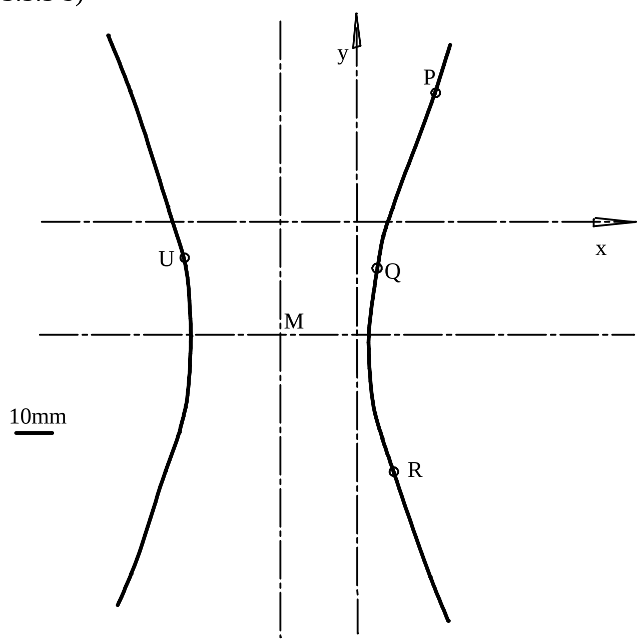
$$\frac{(x+20)^2}{24^2}-\frac{(y+30)^2}{48^2}=1$$

Durch Einsetzen in bekannte Formeln erhält man die verlangten Parameter.
Es folgen die Zeichnungen der gefundenen Kegelschnitte:

zu 3.5.5 a)



zu 3.5.5 b)



Zu 3.5.6:

a)
Die allgemeine Kegelschnittgleichung für parallelverschobene Achsen (siehe (2) aus Aufgabe 3.5.4) lautet:

$$(y-y_S)^2 = 2p(x-x_S)-\frac{p}{a}(x-x_S)^2$$

mit a < 0 für Hyperbeln und p:a = 0 für Parabeln. Setzt man hierin den gegebenen Scheitel A(-2│1) ein und berücksichtigt, dass der Parameter p gleich dem Radius des zu A gehörigen Scheitelkrümmungskreises ist, bzw. der gegebene Punkt P auf dem Kegelschnitt liegt, so erhält man für a:

$$(4-1)^2 = 2\cdot 3(6+2) - \frac{3}{a}(6+2)^2$$

Daraus berechnet sich $a = \frac{64}{13}$. Man erhält also eine Ellipse mit dem Mittelpunkt $M(x_S + a \mid y_S) = \left(\frac{38}{13} \mid 1\right)$,

$b = \sqrt{ap} = 8\sqrt{\frac{3}{13}}$ und der Gleichung $(y-1)^2 = 6(x+2) - \frac{39}{64}(x+2)^2$.

b)
Ist y = 0 Achse, dann muss die Gleichung (4) von Seite 46 der Mathematikinformation Nr. 31 den Koeffizienten D = 0 haben. Die Gleichung reduziert sich also auf

$$Ax^2 + Bx + Cy^2 + E = 0.$$

Setzt man hierin die gegebenen Punkte ein, so erhält man:

(P)	$4A + 2B + 9C + E = 0$	(1)
(Q)	$25A + 5B + 36C + E = 0$	
(R)	$100A + 10B + 64C + E = 0$	
(25(P) - 4(Q)):3	$10B + 27C + 7E = 0$	(2)
4(P) – (R) – (2)	$53C - 4E = 0$	(3)

Die Koeffizienten sind nur bis auf einen gemeinsamen Faktor bestimmt; deshalb kann man einen von ihnen wählen:

Man setzt $E = 530$.

Diesen Wert erhält man erst, wenn man mit beliebigem E das Problem gelöst hat und sich dann darum bemüht, eine ganzzahlige Lösung zu erhalten.

Aus (3) erhält man dann

$$C = 40.$$

Damit erhält man aus (2)

$$B = 479$$

und aus (1) $A = 17$.

So ergibt sich die Gleichung $17x^2 - 479x + 40y^2 + 530 = 0$. Formt man mit quadratischer Ergänzung um, so wird daraus die Gleichung einer Ellipse:

$$\frac{34^2\left(x - \frac{479}{34}\right)^2}{3^2\cdot 21489} + \frac{4^2\cdot 170\cdot y^2}{3^2\cdot 21489} = 1$$

mit dem Mittelpunkt $M\left(\frac{479}{34} \middle| 0\right)$ und den Halbachsen $a = \frac{3\sqrt{21489}}{34}$ und $b = \frac{3\sqrt{21489}}{4\sqrt{170}}$.

c)
Da auch hier $p = 2$ (1)

als Brennpunktordinate gegeben ist, wird wieder von Gleichung (2) der Aufgabe 3.5.4 ausgegangen:

$$(y - y_S)^2 = 2p(x - x_S) - \frac{p}{a}(x - x_S)^2 \tag{2}$$

Wegen der Forderung, dass die Achsen Parallele zu den Koordinatenachsen sind und wegen $F(0 \mid 0)$, gilt

$$y_S = 0. \tag{3}$$

Da für x = 0, also für den Punkt oberhalb des Brennpunktes, $y^2 = p^2$ sein muss, folgt aus (2):

$$p^2 = -2px_S - \frac{p}{a}x_S{}^2$$

Dies lässt sich umformen zu

$$a = -\frac{x_S{}^2}{p + 2x_S} \tag{4}$$

Setzt man (1), (3) und (4) in (2) ein, so erhält man:

$$y^2 = 4(x - x_S) + \frac{2(2 + 2x_S)}{x_S{}^2}(x - x_S)^2$$

Hierin wird der gegebene Punkt Q eingesetzt:

$$36 = 4(3 - x_S) + \frac{2(2+2x_S)}{x_S^{\,2}}(3 - x_S)^2$$

Diese Gleichung gilt es zu lösen; hierzu geben wir erst einmal die Normalform an:

$$36x_S^{\,2} \;=\; 12\,x_S^{\,2} - 4\,x_S^{\,3} + 36 - 24\,x_S + 4\,x_S^{\,2} + 36\,x_S - 24\,x_S^{\,2} + 4\,x_S^{\,3}$$

Dies geordnet: $44\,x_S^{\,2} - 12\,x_S - 36 \;=\; 0$

$$11\,x_S^{\,2} - 3\,x_S - 9 \;=\; 0$$

also $$x_S \;=\; \frac{3 \pm \sqrt{9+396}}{22} = \frac{3 \pm 9\sqrt{5}}{22}\,. \qquad (5)$$

Setzt man dies und p = 2 in (4) ein, so erhält man:

$$a \;=\; \frac{-9}{110}\left(10 \mp 3\sqrt{5}\right)$$

und damit $$b \;=\; \sqrt{ap} = \sqrt{\frac{-9}{55}\left(10 \mp 3\sqrt{5}\right)}\,.$$

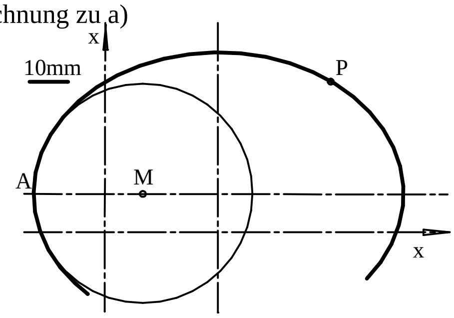
Die Lösung besteht aus zwei Hyperbeln mit den Mittelpunktskoordinaten nach (5)

	a	(imaginäres) b	M
1. Hyperbel	- 0,269	0,733	(0,782 | 0,000)
2. Hyperbel	- 1,367	1,653	(-2,145 | 0,000)

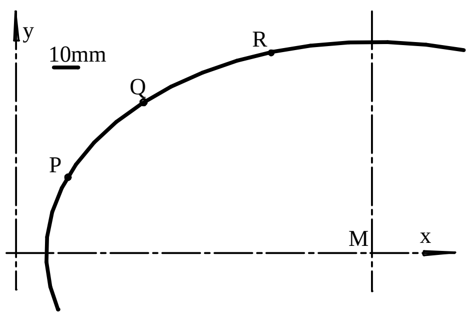
Beachte: Für das obere Vorzeichen in den Formeln ab (5) wird (0 | 0) zum linken Brennpunkt.

Es folgen die Zeichnungen zu den ausgeführten Berechnungen:

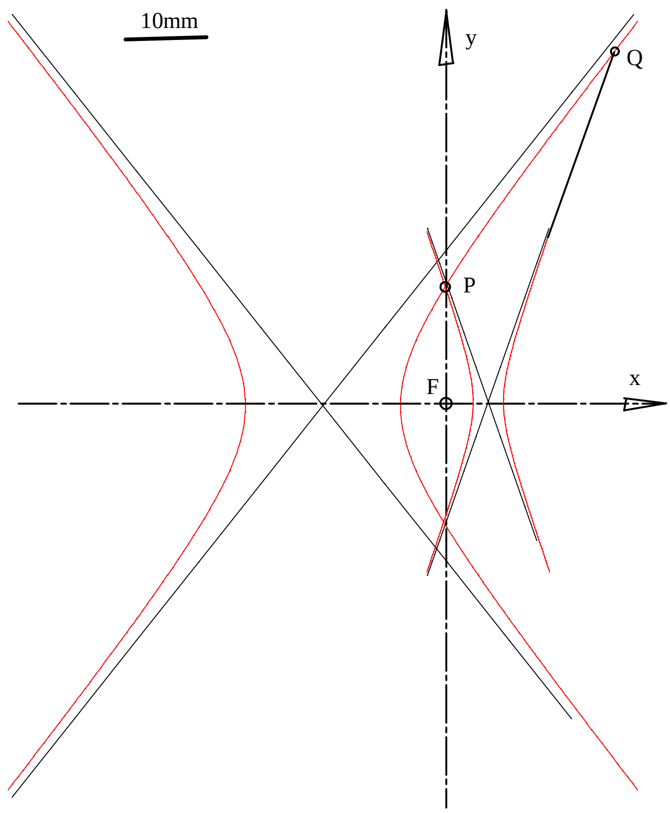
Zeichnung zu a)



Zeichnung zu b)



Zeichnung zu c)



Zu 3.5.7:

a)

Inhalt	a) Ellipse	b) Parabel	c) Hyperbel
Aussage I Brennpunkt und Leitkreis	Satz 2.7.1	Satz 3.4.1 Satz 3.4.2 Definition 3.4.1	Satz 3.3.1 Satz 3.3.2
Aussage II Tangente als Winkelhalbierende	Satz 2.7.2	Sazt 3.4.5.1	Aufgabe 3.3.1
Aussage III Fußpunkt des Lotes von F auf Tangente liegt auf Hauptkreis	Aufgabe 2.7.2	Satz 3.4.5.2	Aufgabe 3.3.3
Aussage IV Scheitelkrümmungskreis-radius ist gleich dem Parameter $p = \frac{b^2}{a}$	Kapitel 2.4 Aufgabe 3.1.1	Aufgabe 3.4.8 Aufgabe 3.5.1	Aufgabe 3.3.17

b)

Inhalt	**Ellipse**	**Parabel**	**Hyperbel**
Aussage I Brennpunkt und Leitkreis	Der Brennpunkt F liegt innerhalb des zugehörigen Leitkreises.	Leitlinie hat 2 Seiten, aber kein „Außen“ und „Innen“.	Der Brennpunkt F liegt außerhalb des zugehörigen Leitkreises.
Aussage II Tangente als Winkelhalbierende	Der halbierte Winkel ist Außenwinkel vom Dreieck F_1F_2P.	Das Dreieck entartet zum Parallelstreifen Leitstrahl/Achse.	Der halbierte Winkel ist Innenwinkel vom Dreieck F_1F_2P.
Aussage III Fußpunkt des Lotes von F auf Tangente liegt auf Hauptkreis.	Der Brennpunkt F liegt innerhalb des Hauptkreises.	Der Hauptkreis ist Scheiteltangente.	Der Brennpunkt F liegt außerhalb des Hauptkreises.
Aussage IV Scheitelkrümmungskreis-radius ist gleich dem Parameter $p = \frac{b^2}{a}$.	Das Lot **von** der Außenecke des a-b-Rechtecks auf die Diagonale **durch** die Scheitel liefert den Mittelpunkt des Krümmungskreises im Scheitel.	Die Konstruktion versagt, da a und b unendlich werden; aber die Konstruktion von Aufgabe 3.4.19 a) liefert durch Spezialisierung die hier angegebenen Konstruktionen für die Ellipse und Hyperbel.	Das Lot **in** der Außenecke des a-b-Rechtecks auf diejenige Diagonale, die **nicht durch** die Scheitel geht, liefert den Mittelpunkt des Krümmungskreises im Scheitel.
	Durch Nachrechnen der Konstruktionsschritte kann man leicht zeigen, dass diese Konstruktion allgemein für Kegelschnitte gilt.		

c) und d)

Für die Aussagen I, II und III hält man vorteilhaft einen Scheitel und den dazugehörigen Brennpunkt fest. Dann gehen die Beweisfiguren stetig ineinander über, wobei im Fall der Parabel die Leitlinie die Stelle des Leitkreises, die Scheiteltangente die Stelle des Hauptkreises und der Leitstrahl die Stelle des zweiten Brennstrahls einnimmt.

Für den Scheitelkrümmungsradius liefert die Zeichnung zur Aufgabe 3.5.3 den Übergang bei festgehaltenem Scheitel und Krümmungskreis.

e)

Der Grundriss eines ebenen Schnitts eines Drehkegels mit vertikaler Achse ist ein gleich gearteter Kegelschnitt, der den Grundriss der Kegelachse und ihres Spiegelbildes am Mittelpunkt des Kegelschnitts als Brennpunkte besitzt.

Zu 3.5.8:
Der ebene Schnitt eines Drehkegels ist eine Ellipse oder Parabel oder Hyperbel, wenn für den Winkel β der Schnittebene gegen die Kegelachse $\beta > \alpha$ bzw. $\beta = \alpha$ bzw. $\beta < \alpha$ gilt, wobei α der halbe Öffnungswinkel des Kegels ist.
Steht die Schnittebene im Hauptscheitel senkrecht auf der Kegeltangentialebene, so ist $\beta = 90^o - \alpha$. Daher liegt in der Aufgabe eine Ellipse oder Parabel oder Hyperbel vor, je nachdem $\alpha < 45^o$ bzw. $\alpha = 45^o$ bzw. $\alpha > 45^0$ ist.

Der Abstand x des Satelliten zum Erdmittelpunkt ist dann mit dem Erdradius r entweder $x > \sqrt{2}r$ oder $x = \sqrt{2}r$ oder $x < \sqrt{2}r$. Die Flughöhe h des Satelliten beträgt also bei einem

- elliptischen Horizontbild $h > r\left(\sqrt{2}-1\right) \approx 2640$ km,
- parabolischen Horizontbild $h = r\left(\sqrt{2}-1\right) \approx 2640$ km,
- hyperbolischen Horizontbild $h < r\left(\sqrt{2}-1\right) \approx 2640$ km.

Anhang:
Vergleich der Aufgaben

Gemeinsames Thema	Aufgabennummer für			allgemeine Lösung	analoge Lösungen
	Ellipse	Hyperbel	Parabel		
Zeichenerfahrung mit der Definition	2.1.3	3.2.1	3.4.1	-	Hyp./Parabel ja Ellipse nein
Gleichung bei Paral-lelverschiebung	2.1.7	3.2.12	3.4.15	3.5.4	ja
Tangentengleichung	2.2.4	3.2.20	3.4.20 e)	fehlt	teilweise
Tangente //Richt. Tang. aus Pkt. Geradenschnitt	2.2.5 a) b) c)	3.2.22 - 3.2.18	3.4.4 e) + 3.4.7 3.4.4 f) fehlt	- - -	nein nein nein
Kurve durch 2 Punkte	2.2.14	3.2.19	3.4.4 a), b)	-	ja
„Astron. Interpolati-on“	2.2.15	fehlt	3.4.16	3.5.5. + 3.5.6	ja
konjugierte Durch-messer	2.2.16	3.2.20	3.4.20 a) bis d) 3.4.19 b)	-	ja
Büschel mit gemeinsamen Krümmunskreis	2.4.3	3.3.18	als Grenzfall von 2.4.3 + 3.3.18	3.5.3	ja
Krümmungsradien	2.4.4	3.3.17	3.4.8	-	ja
Konstruktion des Krümmungskreises	2.4.5	3.3.17	3.4.19 a)	fehlt	E + H ja. Analo-ge Lösungen sind Spezialfälle von Verallge-meinerungen von p
Föhnhimmel	2.6.2 f)	3.3.2	3.4.2. + 3.4.6	-	ja
Brennpunkteigen-schaft	2.6.1	MI Nr. 31	Definition siehe MI Nr. 31	-	E + H ja
Faltung	2.7.1	3.3.8	3.4.3	-	ja
„Zirkel“ (bei E Gärt-nerkonstruktion)	2.6.2 a) bis e)	3.2.9	3.4.10	-	ja

Fußpunkt des Lotes von F auf t t als Winkelhalbie-rende Leitkreiseigenschaf-ten	2.7.2 Satz 2.7.2 Satz 2.7.1 + 3.1.1 + 2.4.4	3.3.3 3.3.1 Satz 3.3.1 + 2 + 3.3.17	Satz 3.4.5.2 Satz 3.4.5.1 Definition + 3.4.8	allgemein 3.5.7 a) bis d) bei Leitkreisei-genschaft auch 3.5.1	E + H ja P teilweise ja ja
Kurve als Tangenten-hüllgebilde	2.7.5	fehlt, ist aber möglich	Satz 3.4.5.3 + 3.4.13	-	ja
mit Haupt- bzw. Leitkreis Tang. // Richtung Tang. aus Punkt	 2.7.3.2. + 3. 2.7.4.2 +3.	 3.3.4 + 3.3.5 3.3.4 + 3.3.5	 3.4.7 3.4.6	-	ja
Normalengleichung	2.7.6	fehlt	fehlt	-	ja
„Apollonisches Prob-lem“ Berührkreise zweier Kreise	2.7.7 2.7.8	3.3.10 3.3.11 + 12	fehlt fehlt	-	ja
konjugierte Durch-messer	2.7.9 a)	evtl.mit Hilfe von 3.2.18 mit 22	3.4.20 d) + f)	-	nein
Normalenkonstrukti-on analog Krüm-mungskreis, Norma-lenkonstr. aus Ach-senpunkt	2.7.10	3.2.21 Ergän-zung	-	-	ja
vertikale Achse	3.1.2	3.2.10	3.4.11	3.5.7 e)	ja
Fokalkurven	3.3.9	3.3.9	fehlt	-	ja
Leitlinien				fehlt	ja

Fehlerverzeichnis

Die Autoren bitten, die schadhaften Hyperbeln zu entschuldigen. Weitere Fehler sind bekannt:

Seite 18 Abbildung zu 2.6.9: Die gegebenen Maße für das Dreieck BF_1P sind nicht eingehalten.

Anschriften der Autoren:

Dr. Stefan Lange
Emil-von-Behring-Straße 6
85375 Neufahrn

Dr. Karlhorst Meyer
Kyffhäuserstraße 20
85579 Neubiberg

Vorschau auf Heft 34:

Da die Lösungen der Aufgaben aus Heft 31 länger als ursprünglich vorgesehen sind, kann Kegelschnitte II und anderes erst in Mathematikinformation Nr. 34 erscheinen:

Inhalt des Heftes Nr. 34:
Kegelschnitte II:
1. Weitere Anwendungen
2. Geometrische Örter oder Gerüste
3. Lösungen der weiteren Aufgaben

Aufruf des Herausgebers zur Mitarbeit
Adressen für Förderaktivitäten
Literaturverzeichnis
u. a.

Anweisung für Autoren

Manuskripte sind stets in zweifachem Ausdruck samt Diskette im Textsystem **MS Word** nach dem Duden 1996 einzureichen. Als Schrift wird **CG Times (W1)** oder Times New Roman verwendet. Formeln werden wie der normale Text geschrieben. Abbildungen (Wincad3 empfohlen) und Formeln sind möglichst in derselben Schrift elektronisch einzubinden.

Die Abhandlung ist 1,0-zeilig in der Schriftgröße 10 Punkte im Blocksatz mit Silbentrennung zu schreiben, wobei der
- linke, rechte und obere Rand 26 mm
- der untere Rand 23 mm betragen.

Aufbau und Besonderheiten:

1. Seite:
Name des Autors: 10 Punkte
3 Leerzeilen; alle Leerzeilen in 10 Punkten.

Titel der Abhandlung: 18 Punkte

2 Leerzeilen

Zusammenfassung (auch in einer anderen Sprache) und/oder Vortext 10 Punkte
und/oder 2 Leerzeilen

1. Kapitelüberschrift: 16 Punkte

1 Leerzeile

1.1 Kapitelunterüberschrift: 14 Punkte

1 Leerzeile
Vor Kapitelüberschriften 3 Leerzeilen, vor Unterüberschriften 2 Leerzeilen usw. Sollten weitere Überschriften erforderlich sein, so kann dies in 12 Punkte-Schrift oder sog. **Halbfettschrift** (10 Punkte) geschehen mit Buchstaben z. B. **a)** vorab oder es kann auch **Halbfettschrift** (10 Punkte) und z. B. der Nummerierung wie **1.1.1** erfolgen. Im Text können Textstellen **halbfett** oder *kursiv* hervorgehoben werden. Zitierte Namen werden im Text mit KAPITÄLCHEN geschrieben.

Zwischen Textabsätzen ist 1 Leerzeile.

Abbildungen und Formelkästen sind ganzzeilig oder halbzeilig anzulegen, sie können links- oder rechtsgebunden sein. Nummern für Formelzeilen stehen am rechten Rand.

Die Seiten sind oben in der Mitte zu nummerieren. Die erste Seite hat keine Seitennummer. Am Ende des Artikels steht unter

Literatur 14 Punkte

1 Leerzeile 10 Punkte
Die verwendete Literatur wird in 10 Punkten in der Form
Meyer, Karlhorst [1]:.. zitiert.

Abschließend kommt ab Nr. 30 die Anschrift des Autors in 10 Punkten.

Ansonsten gelten die erschienenen Artikel als Vorbild.